

Un modelo de reservas bancarias con correcciones macroeconómicas y financieras

Emiliano Rodríguez Villegas

*Premio Anual de Investigación Económica, Año 2007
Categoría Estudiantes Universitarios*

Diciembre de 2007

ie | BCRA



Investigaciones Económicas
Banco Central
de la República Argentina

Banco Central de la República Argentina
ie | Investigaciones Económicas

Diciembre, 2007
ISSN 1850-3977
Edición Electrónica

Reconquista 266, C1003ABF
C.A. de Buenos Aires, Argentina
Tel: (5411) 4348-3719/21
Fax: (5411) 4000-1257
Email: investig@bcra.gov.ar
Pag.Web: www.bcra.gov.ar

Las opiniones vertidas en este trabajo son exclusiva responsabilidad de los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de la República Argentina. La serie Documentos de Trabajo del BCRA está compuesta por material preliminar que se hace circular con el propósito de estimular el debate académico y recibir comentarios. Toda referencia que desee efectuarse a estos Documentos deberá contar con la autorización del o los autores.

Un Modelo de Reservas Bancarias con correcciones Macroeconómicas y Financieras

Emiliano Rodríguez Villegas¹

Abstract

La publicación del segundo documento de regulación bancaria a cargo del *Bank for International Settlement* (BIS), abrió la puerta a las instituciones bancarias para desarrollar modelos de creciente complejidad para el cálculo de sus requisitos de capital como protección frente al riesgo de crédito.

Los Modelos basados en Ratings Internos (IRB) se clasificaron en simples y avanzados en función de los parámetros a estimar por la entidad y aquellos determinados por el regulador. La tasa de incumplimiento (tasa de default) y la pérdida dada la quiebra (loss given default) deben ser calculadas internamente para que el modelo pueda ser considerado avanzado. El presente modelo deja de lado consideraciones a priori y establece tasas de incumplimiento basadas en información histórica. Por otra parte, lejos de homogeneizar las categorías crediticias se ha supuesto que existe variabilidad interna para las tasas de default dentro de un mismo estrato. Finalmente estas tasas fueron corregidas mediante un modelo de riesgos proporcionales para reflejar la situación económica y permitir a la entidad guardar una cantidad de reservas acorde a las expectativas de default. Una vez considerados estos hechos, se simuló el modelo obteniendo una estimación de la pérdida promedio de la cartera y consecuentemente el ratio de reservas.

¹ Quisiera agradecer muy especialmente a Juana Brufman, Herberto Urbisaia, Cintia Martínez y Cecilia Gomez del Instituto de Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. A Daniel Sarto y Cristina Meghinasso por el exhaustivo trabajo que se tomaron en corregir este artículo. A mis padres y por último, y muy especialmente, a los otros *tres fantásticos* Matías Galker, Lujan Ortiz y Lucas Di Bin por todo el apoyo académico y extra académico. Sin todos ellos este trabajo nunca hubiese sido terminado.

Introducción:

Los modelos de reservas como protección frente a las pérdidas por incumplimiento crediticio generalmente tienen el problema de mostrarse demasiado rígidos en sus cálculos. Si se modela siguiendo una distribución paramétrica, la estimación de la misma no puede ser representativa de todos los años, dada la evidencia de mayores incumplimientos en épocas de crisis. Por otra parte, reservas escalonadas pueden presentar una mejora, pero no dejan de ser útiles solo en tanto y en cuanto se repitan las condiciones en que fueron calculados los estratos.

La innovación principal del presente trabajo consiste en la introducción de un factor de corrección que condiciona las tasas de incumplimiento a la situación macroeconómica imperante. El *Modelo de Riesgos Proporcionales* (también llamado de Cox), ampliamente utilizado en el análisis de supervivencia, se muestra óptimo a la hora de cumplir esta tarea. La flexibilidad de estas correcciones no crea reservas “escalonadas” (considerando una cantidad finita de casos) sino que son ajustadas continuamente para cualquier variación infinitesimal de los factores condicionantes (covariables) siendo posible su utilización por cualquier tipo de entidad financiera independientemente de su tamaño o rama de actividad.

El resto de trabajo se ordena de la siguiente manera: En una primera parte se presentan algunas definiciones y se describe el modelo base. La segunda parte profundiza en la metodología del cálculo de las reservas según el modelo de riesgo individual. A continuación, un tercer apartado, presenta la metodología de riesgos proporcionales y los pasos para la estimación de los coeficientes de corrección. La cuarta parte esquematiza el funcionamiento del cálculo mediante simulación. Como quinto punto se presentan las conclusiones del trabajo.

Parte I: Descripción General

Las instituciones financieras deben constituir reservas a fin de protegerse frente a eventuales pérdidas generadas por el incumplimiento de alguno de sus deudores. En el año 1989 y con el fin de regular la actividad bancaria para la Unión Europea, el *Bank for International Settlement* publicó el que se convertiría en el trabajo más influyente en regulación bancaria de la última década. Las regulaciones allí establecidas recomendaban, en lo concerniente a riesgo de crédito, inmovilizar un margen de no menos del 8% del total de la cartera como cobertura frente a potenciales incumplimientos.

Dicho ratio se mostró altamente ineficiente por incluir bajo su espectro instituciones financieras de diferente magnitud, rama de actividades, factores de riesgo internos y externos, así como también con diferentes grados de eficiencia en su gestión. La adopción generalizada de las recomendaciones de Basilea I hizo necesaria una revisión hacia el año 1996 que considerara de una forma más conveniente todo lo relacionado con los riesgos de mercado, crédito y operacionales tomando forma en el documento conocido como Basilea II. Si bien la implementación obligatoria en países Latinoamericanos no se prevé hasta dentro de algunos años, considero importante proponer un modelo que se ajuste a dichas condiciones con el fin de suavizar todo tipo de transición.

Las instituciones, por su parte, deberían verse incentivadas a adoptar modelos de mayor precisión por alguna de las siguientes dos razones: (1) Aquellas enfrentadas a riesgos inferiores a la media o con una mayor diversificación, obtendrían beneficios al inmovilizar una menor cantidad de dinero con la consecuente disminución en los costos de oportunidad. (2) Las entidades que deben hacer frente a altos riesgos, deberán mantener reservas por encima del 8% siendo imperante la necesidad de estimar de forma precisa dichas cantidades.

Los países con economías emergentes en general se enfrentarán a situaciones del tipo (2), especialmente aquellos con mercados financieros vulnerables a las oscilaciones de otros mercados así como también a los ataques especulativos.

Los ejemplos de crisis financieras que precedieron cesaciones masivas de pagos son más que extensos y solo por citar algunos se hará referencia a la crisis mexicana de 1995 y la argentina de fines del 2001.

Dado que las economías para países sudamericanos se ven afectadas por factores macroeconómicos y financieros cambiantes, es necesario introducir de alguna manera dicha información en un modelo que no consuma demasiado tiempo y lo suficientemente flexible para permitir adaptarse a situaciones de alto y bajo riesgo.

Buena cantidad de los modelos paramétricos actuales fueron desarrollados en países donde los ciclos económicos no presentaban movimientos erráticos y donde la estabilidad de las relaciones hacía ideal la aplicación de dichas simplificaciones. Gutierrez (2002) provee un excelente resumen de dichos modelos. Sin embargo la simplicidad tiene como consecuencia una carencia importante de adaptabilidad haciendo necesaria la reestimación de los parámetros cada vez que las condiciones financieras o macroeconómicas cambien significativamente. Como alternativa se propone un modelo basado en simulación que no se compromete con distribuciones de a priori así para la pérdida total de la cartera.

Antes de entrar en detalle en el modelo debemos hacer algunas consideraciones generales y definiciones que ayudarán a la mejor comprensión del resto del trabajo.

Definiciones Básicas: El riesgo de crédito

Existe una amplia gama de riesgos que las compañías financieras deben enfrentar en su actividad cotidiana. Como simplificación, se supone que el único que existe es que parte de su cartera crediticia incumpla en sus obligaciones, dicho riesgo se lo conoce como *Riesgo de Crédito*. El mismo se define aquí entonces como las pérdidas esperadas de un incumplimiento por parte del acreditado. El riesgo se origina en el saldo existente del crédito otorgado. La pérdida resulta, tanto de la probabilidad de que ocurra el incumplimiento, como de las garantías que reducen la pérdida en el caso de incumplimiento.

El incumplimiento es un elemento incierto y la exposición al riesgo de crédito al momento del incumplimiento generalmente no se conoce. El riesgo de crédito es el más antiguo y el que mayor importancia tiene en términos de las pérdidas potenciales que su inadecuado manejo puede implicar para una institución de crédito.

El riesgo de crédito puede analizarse en cuatro dimensiones básicas:

- **Riesgo de incumplimiento:** Se define como la probabilidad de que se presente un incumplimiento en el pago de un crédito.

Generalmente, se declara incumplimiento de pago cuando un pago programado no se ha realizado dentro de un período determinado. El riesgo de incumplimiento se

mide a través del cálculo de la probabilidad de que ocurra el incumplimiento en un período dado de tiempo.

- **Riesgo de migración:** Se deriva de los cambios en la solvencia de los deudores.

Podría suceder que el deudor cumpla con los pagos programados, pero que cambie su categoría crediticia. Si ello ocurre, el deudor perteneciente a un segmento, puede migrar a otro si ocurren variaciones en su calidad como deudor, modificándose entonces sus probabilidades de incumplimiento. Existen modelos que plantean esta situación mediante esquemas matriciales, siendo *CreditMetrics* el mejor exponente. Se supone que la calificación inicial otorgada es correcta, y que la migración ocurre por variaciones que se dan efectivamente en la solvencia del deudor. En la realidad, en el origen del crédito, muchas veces se ubica a los deudores en categorías que no se corresponden con el riesgo que aportan a la cartera, debiéndose luego realizar reclasificaciones que permitan corregir dicho error.

- **Riesgo de exposición:** Se genera por la incertidumbre respecto a los montos futuros en riesgo.

En muchos casos, el crédito debe amortizarse de acuerdo a una tabla de amortización y por lo tanto, en un momento determinado, es posible conocer anticipadamente el saldo remanente, sin embargo, no todos los créditos que la banca otorga tienen estas características, un ejemplo clásico es el de los créditos otorgados a través de tarjeta de crédito.

Por otra parte, cuando los créditos pueden pagarse total o parcialmente de manera anticipada, se presenta el riesgo de exposición, ya que no se conoce con exactitud el plazo de liquidación y por ello se dificulta la estimación de los montos en riesgo.

- **Riesgo de recuperación:** En el evento de un incumplimiento, la recuperación no se puede predecir, ya que depende del tipo de incumplimiento y de numerosos factores relacionados con las garantías que se hayan recibido, el tipo de garantía de que se trate y su situación al momento del incumplimiento.

Como consecuencia de estos riesgos las instituciones deben realizar las reservas técnicas que correspondan a exigencias legales como protección frente a eventuales pérdidas. Sin embargo, la dificultad radica en la medición de los componentes que definen dichas reservas. Basilea clasifica los diferentes modelos de la siguiente forma:

1. **Método estandarizado:** Es el método más sencillo de determinación del requisito de capital, y se basa en calificaciones de los agentes que componen la cartera de créditos de la institución. Estas calificaciones se obtienen de calificadoras privadas, las cuales analizan índices basados en la solvencia, nivel de endeudamiento y reputación, y publican la situación de la empresa.

2. **Método Básico de cálculos internos:** Es un método más avanzado, en el cuál se tienen en cuenta las cuatro dimensiones del riesgo de crédito antes mencionadas. El Banco Central de cada país otorga a las entidades financieras el cálculo de la exposición al default, pérdidas dado default y matriz de transición de estados de migración, y cada banco a partir de estos datos calcula su probabilidad de default.

3. **Método Avanzado de cálculos internos (IRB):** Es el método más avanzado, en el cual cada entidad financiera estima todos las variables de interés.

Parte II: Consideraciones Específicas

En particular se supone que existen estándares que un banco² establece para categorizar a quienes reciben un préstamo. Dicha condición no es necesaria para el posterior desarrollo del modelo, sino que se incluye con el fin de agregar realismo y flexibilidad. En una misma categoría se incluyen individuos con distinta confiabilidad, pero en general para homogeneizar la categoría se suele tomar una tasa de quiebra promedio y suponer idéntico comportamiento. La presente propuesta, en cambio, acepta dicha variabilidad y trata de modelarla asignando diferentes tasas de quiebras según una distribución de probabilidad asignada y desarrollada por el usuario. Para el ejemplo que se presenta se optó por subdividir cada categoría en 10 estratos cada uno con igual probabilidad de ocurrencia. Dicha elección no condiciona de forma alguna los resultados.

Por otra parte las garantías con que se cuentan no siempre pueden liquidarse a un valor conocido por lo que tomar una cifra promedio sería una simplificación, en muchos casos, excesiva. Nuevamente se supuso que la proporción que puede recuperarse (tasa de recupero) de un préstamo que cayó en default sigue una distribución de probabilidades definida por el usuario.

Finalmente usando una distribución uniforme se generan números aleatorios entre 0 y 1, fijando la siguiente regla lógica:

- Si el número que salió es mayor a 1-tasa de quiebra, entonces el prestamista abandonó los pagos y la variable Z toma el valor 1
- Si el valor aleatorio es menor a 1-tasa de quiebra entonces se continuó con los pagos y la variable Z toma el valor 0.

Por lo que la pérdida individual para el k-ésimo deudor vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$X_k = E_k Z_k (1 - R_k)$$

donde E_k y R_k son la exposición y la tasa de recupero respectivamente

Se aplicarán los principios de la teoría de riesgo individual; es decir, se modelará a cada individuo como una entidad independiente (se asume independencia de los deudores, dado un estado de la economía). Esta asigna un patrón de comportamiento individual y agrega a los integrantes del grupo para obtener resultados conjuntos. En

² Para el resto de la descripción usaremos un banco, pero podría aplicarse a casi cualquier institución financiera

particular la pérdida total de la cartera y su varianza podrán calcularse como la suma de los momentos individuales.

$$E[C] = \sum_{k=1}^n E[X_k] \qquad \text{Var}[C] = \sum_{k=1}^n \text{Var}[X_k]$$

Para el cálculo de distribución compuesta de la pérdida total de la cartera de crédito a partir de las funciones de distribución individuales existen diferentes métodos: analíticos y por simulación.

En los métodos analíticos, se realizan convoluciones para obtener la función de distribución de la pérdida de la cartera. En términos generales, una convolución será el cálculo de la probabilidad de que la suma de k variables aleatorias adopte un valor dado.

En el método de simulación, se genera la variable aleatoria requerida para una realización particular y luego se procede a repetir el proceso una cantidad suficiente de veces. A partir de esas realizaciones se obtiene una función de distribución de la variable bajo análisis. Este método es el que se aplica en el presente trabajo.

El modelo nos permite conocer entonces cual sería la pérdida de la entidad, dada una exposición, en muchos períodos (como si pudiera hacer transcurrir miles de años y analizar todos esos datos). El porcentaje de reserva necesaria para hacer frente al incumplimiento se determina entonces como la pérdida promedio del portafolio sobre la exposición inicial. Se podrían imponer condiciones de capitales mínimos usando métodos del tipo Valor a Riesgo (VAR), tomando como requisito un monto que iguale un percentil determinado la distribución obtenida luego de las simulaciones (que variará según los valores de las covariables).

Una limitación del presente modelo es que sólo sirve para una situación base de la economía, es decir que si la situación en la que se encuentra la entidad actualmente difiere de alguna forma con aquella en la cual fueron tomados los datos, entonces el modelo se volverá progresivamente menos eficaz.

Es por eso que en la próxima sección se desarrolla un avance con respecto a esta situación ajustando las tasas de quiebra según diferentes factores de influencia.

Parte III: Correcciones al modelo base

Ante situaciones de tensión financiera se ha comprobado que el número de deudores que incumplen en sus pagos es mucho mayor al esperado, por lo que el incumplimiento de un deudor condiciona de alguna forma la probabilidad de incumplimiento de los demás. Si bien dicha situación remite al concepto estadístico de correlación, la inclusión de distribuciones correlacionadas no es la más conveniente para el riesgo de crédito dada su falta de generalidad. Por el contrario los modelos mas avanzados suponen la existencia de una serie de factores de riesgo que son comunes a todos los deudores siendo la variabilidad de estos factores la que condiciona las probabilidades de quiebra de los componentes de nuestra cartera. Como consecuencia vemos una mayor (menor) cantidad de incumplimientos en épocas de inestabilidad (estabilidad) económica y financiera.

Algo similar ocurre en los estudios de supervivencia donde se supone que los individuos están expuestos constantemente a una tasa instantánea de mortalidad. La misma se define como la probabilidad de que la persona no alcance el momento $t+dt$ sabiendo que estaba con vida en el momento t . Utilizando los conceptos de función de densidad, función de Distribución y Supervivencia, puede definirse matemáticamente como:

$$\mu(x+t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} \quad \text{o bien} \quad \mu(x+t) = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (1)$$

Dado que la función de densidad es la derivada de la función de Distribución

$$f(t) = \frac{d}{dt}[1-F(t)] = -S'(t)$$

sustituyendo en (1) obtenemos

$$\mu(x+t) = \frac{-S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln[S(t)]$$

integrando a ambos miembros y despejando para $S(t)$ obtenemos entonces

$$S(t) = \exp - \int_0^t \mu(x+s) ds \quad (2)$$

Continuando con la comparación, un crédito está expuesto a una tasa instantánea de default y la probabilidad de incumplimiento para un período dado puede calcularse usando (2). En nuestro modelo simulado, si el número aleatorio es menor a $S(t)$ entonces el crédito “sobrevive”, es decir, continúa con sus pagos, mientras que si lo

excede “muere”. Dichos resultados serán de máxima importancia en las próximas secciones.

A continuación figura brevemente lo que se conoce como *Modelo de Riesgos Proporcionales*, también conocido como *Modelo de Cox* en honor a quien lo propusiera en su famoso artículo de 1972.

En el mismo se establece que la tasa de riesgo base (*baseline hazard*) se ve modificada por la acción de un vector de cofactores o covariables X de la siguiente forma:

$$h(t | X) = h_0(t) \exp(bX)$$

donde el vector b contiene los parámetros que miden la influencia de las covariables en la tasa de riesgo. Los mismos pueden ser estimados realizando las siguientes transformaciones:

Dividimos a ambos miembros por la tasa de riesgo base

$$\frac{h(t | X)}{h_0(t)} = \exp(bX) \quad (3)$$

de aquí el nombre de riesgos proporcionales ya que el porcentaje en que se incrementa el riesgo es una constante que no depende del tiempo.

Posteriormente tomamos logaritmos quedando

$$\ln \left[\frac{h(t | X)}{h_0(t)} \right] = \sum_{i=1}^p b_i X_i \quad (4)$$

que tiene una interpretación directa: el crecimiento porcentual de las tasas de riesgo está relacionada con la variación de los cofactores ponderados por sus respectivos parámetros. Por lo que obtendremos diferentes tasas de riesgo condicionadas a los valores de las covariables.

Realizando los mismos pasos para obtener $S(t)$ partiendo de $\mu(t)$ obtenemos la siguiente expresión:

$$S(t | X) = S(t) \exp(bX) \quad (5)$$

Dado que $S(t)$ es un valor proporcionado por el modelo base, solo resta conocer los valores del vector b para poder corregir las tasas.

Para estimarlos Cox (1972) propone una función de verosimilitud parcial basada en una probabilidad condicional, asumiendo que no hay dos o mas defaults en el mismo instante de tiempo. Kalbfleisch (1974); Breslow (1974) y Efron (1977) han propuesto modificaciones en caso de que no se cumpla lo anterior. Dado que el objetivo del

trabajo no es la profundización en estos temas, sugerimos remitirse a la bibliografía citada al final del trabajo.

Un default en el momento t condicionado a una cartera de deudores expuestos a riesgo (conjunto R) puede definirse como:

$$\frac{h_0(t) \exp(bX)}{\sum_{j \in R} h_0(t) \exp(b_j X_j)} \quad \text{o bien} \quad \frac{\exp(bX)}{\sum_{j \in R} \exp(b_j X_j)}$$

ya que las tasas base son iguales para todos.

La función de verosimilitud puede calcularse entonces como

$$L(b) = \prod_{i=1}^k \frac{\exp(bX_i)}{\sum_{j \in R} \exp(b_j X_j)}$$

La maximización de la misma se lleva a cabo de la manera tradicional, derivando e igualando a cero, generalmente haciendo uso de una transformación logarítmica³. La misma toma la siguiente forma

$$\frac{\partial l(b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k \left[x_{(u)i} - \frac{\sum_{j \in R} x_{(u)i} \exp(bX)}{\sum_{j \in R} \exp(bX)} \right] = 0 \quad u = 1, 2, 3 \dots p$$

Utilizando procedimientos numéricos pueden resolverse simultáneamente dichas ecuaciones. Algunos programas como SPSS, SAS o STATA incluyen funciones especiales para las regresiones de Cox facilitando, considerablemente, el cálculo.

Desarrollada la forma matemática, podemos dedicarnos a algunas consideraciones especiales. La utilización del *Modelo de Cox* para ajustar los riesgos de base es una innovación original que se ajusta perfectamente a las necesidades de todas las instituciones financieras que deban revisar regularmente sus reservas. Como se expuso en la descripción general, las compañías financieras radicadas en países con economías en desarrollo se verían profundamente beneficiadas al utilizar dicho modelo sin la necesidad de recurrir a complejos programas o reestimaciones que consumen tiempo y recursos.

³ como toda transformación monótona no cambia los valores de los puntos críticos

La clave del éxito radica en una correcta elección de los cofactores que condicionan la tasa de riesgo base. El abanico de posibilidades es prácticamente infinito por lo que se vuelve imperante una clasificación y evaluación de aquellos con mayor preponderancia con el fin volver al modelo lo mas simple posible conservando toda su potencia.

Candidatos directos como el nivel de producto, indicadores del sistema financiero (tanto local como internacional), relaciones exteriores y cualquier factor que pueda alterar los niveles reales de actividad o las expectativas de los agentes deben ser incluidos. Es ésta la clave de un óptimo desarrollo del modelo. De elegir los cofactores correctos, entonces se predecirá con mayor precisión futuras perturbaciones en el sistema financiero, permitiéndonos guardar una mayor cantidad de dinero para hacer frente a un nivel de pérdidas superior a la del año base. En particular considero que una profundización en el estudio de los llamados *leading indicators* puede ser una herramienta clave. La literatura al respecto establece que sería posible predecir episodios de crisis mediante la observación de una serie de indicadores financieros que se comportan de manera atípica con un rezago lo suficientemente amplio como para permitirnos tomar decisiones que suavicen las indeseables consecuencias de las tensiones económicas. Kaminsky (1998).

Con el fin de descartar aquellas covariables con importancia no significativa deben realizarse tests de hipótesis sobre los estimadores. Dado que los mismos fueron obtenidos por un método de máxima verosimilitud, tienen una distribución asintóticamente normal con varianza mínima (Cramer- Rao). Siguiendo metodologías del tipo “stepwise”, utilizando la prueba del ratio de verosimilitud, puede encontrarse la forma óptima del modelo partiendo de un modelo simple y complejizándolo progresivamente o a la inversa. Lee y Wang (2003) presentan una descripción completa de las pruebas que pueden aplicarse.

Una propiedad importante del *Modelo de Cox* es que no depende de la distribución que tenga la probabilidad de quiebra o de recupero. Por lo que puede ser aplicada a cualquier ámbito. En particular es importante que la estimación no dependa de la forma de $h(t)$ ya que de otra forma tendríamos una pérdida de generalidad y flexibilidad, dos características centrales de esta nueva propuesta.

Parte IV: El modelo en acción

Con el fin de ilustrar numéricamente la aplicabilidad del modelo presentamos a continuación tres situaciones macroeconómicas diferentes con el fin de evaluar y comparar el nivel de reservas predicho para cada caso.

En base a una cartera de 50 créditos, se seleccionaron como tasas base de quiebra los valores propuestos por Cisnero (2004) por considerarlos muy cercanos al objetivo que persigue este trabajo. Por otra parte, las covariables que deben *corregir* incluirán: una variable económica (el nivel de producto representado por el PBI) y una variable financiera, el índice de bonos de mercados emergentes EMBI, utilizado como una medida de riesgo soberano. La elección de este último surge como consecuencia del trabajo de Gomez (2004) donde muestra que el spread dado por el índice EMBI puede anticipar episodios críticos en el mercado financiero argentino. La información sobre incumplimiento en el pago es interna del banco por lo que para el siguiente ejemplo ha sido necesario asignar valores *ad hoc* a los regresores del *Modelo de Cox*. A la hora de llevarlo a la práctica los bancos contarán con una base de datos que indicará el tiempo que pasó hasta que el crédito cayó en default (figurando como una censura el caso en que todos los pagos se hayan realizado oportunamente). Para el caso de las otras dos variables, la información es de acceso público.

Una vez delimitado el marco de acción del modelo de reservas, se procede a una explicación en detalle de su funcionamiento.

El banco (o la institución financiera en cuestión) cuenta con una serie de activos cuyo valor residual conoce con seguridad (Exposición de Crédito). Sin embargo, éstos probablemente no puedan cobrarse en su totalidad. Sabemos que no todas las personas (físicas o jurídicas) que toman préstamos están sujetas a las mismas condiciones de default, por eso es que son catalogadas en diferentes estratos crediticios. Particularmente hemos elegido 5 categorías de crédito donde la número 1 es considerada la mas confiable.

Lo interesante del modelo es que permite variabilidad incluso dentro de una misma categoría. Así vemos que, según la circunstancia, un deudor calificado como categoría 3 puede tener proporciones de default que varían entre un 1% y un 12%.

Los valores asignados a cada categoría deberían salir de los datos históricos sobre incumplimientos. Como se citó anteriormente la tabla que se presenta a

continuación sale del trabajo de Cisnero (2004) y resume las diferentes probabilidades de quiebra para cada uno de los estratos así como también la probabilidad de ser escogido.

Variable Aleatoria	Tasas de incumplimiento					Probabilidad Acumulada
CATEGORIA	1	2	3	4	5	
i(1)	0,005	0,011	0,018	0,035	0,108	10%
i(2)	0,008	0,017	0,029	0,057	0,174	20%
i(3)	0,011	0,022	0,036	0,073	0,221	30%
i(4)	0,013	0,026	0,043	0,087	0,262	40%
i(5)	0,015	0,03	0,05	0,1	0,3	50%
i(6)	0,017	0,034	0,056	0,113	0,338	60%
i(7)	0,019	0,037	0,063	0,126	0,379	70%
i(8)	0,021	0,042	0,071	0,142	0,426	80%
i(9)	0,025	0,049	0,082	0,164	0,492	90%
i(10)	0,038	0,076	0,127	0,255	0,764	100%

El calculo de la probabilidad de incumplimiento (probability of default – PD) con datos internos y con metodología propia es una de las características de los modelos IRB. El otro indicador importante es la pérdida dado el incumplimiento.

Cuando se otorga un préstamo, se presentan garantías que, se supone, respaldan al prestatario. En caso de no cumplir con sus pagos, se liquida la garantía por lo que siempre una parte del préstamo se recupera. Esta pérdida dado el default (loss given default – LGD) también varía para cada categoría. Siguiendo el mismo trabajo presentamos a continuación las tasas de recupero.

Variable Aleatoria	Tasas de recupero					Probabilidad Acumulada
CATEGORIA	1	2	3	4	5	
i(1)	0,15	0,135	0,122	0,109	0,098	10%
i(2)	0,18	0,162	0,146	0,131	0,118	20%
i(3)	0,22	0,198	0,178	0,16	0,144	30%
i(4)	0,26	0,234	0,211	0,19	0,171	40%
i(5)	0,3	0,27	0,243	0,219	0,197	50%
i(6)	0,38	0,342	0,308	0,277	0,249	60%
i(7)	0,41	0,369	0,332	0,299	0,269	70%
i(8)	0,48	0,432	0,389	0,35	0,315	80%
i(9)	0,55	0,495	0,446	0,401	0,361	90%
i(10)	0,75	0,675	0,608	0,547	0,492	100%

Crystal Ball y el modelo simulado

En el apéndice a este trabajo aparece la planilla base con la cual se llevaron a cabo las pruebas. En ella se muestran las variables que fueron consideradas aleatorias

así como también otras cuyos valores son fijos o bien depende de los resultados de otras celdas.

Con los valores antes presentados se dispone de todos los datos necesarios para correr la simulación. Utilizaremos el programa *Crystal Ball* que permite introducir variables aleatorias con distribuciones de probabilidad creadas por el usuario (*custom distribution*), opción que usamos para modelar tanto la tasa de incumplimiento como la de recupero.

Con estos datos, le pedimos al programa que genere un número aleatorio de una distribución uniforme con límites 0 y 1 (es decir, un valor al azar entre 0 y 1 donde todos los resultados son equiprobables). Este valor determinará si el s-ésimo deudor incumple (cuando sea mas grande que 1-tasa de incumplimiento) y en caso de incumplir se usa este mismo número para determinar la pérdida (recordar que esta es también aleatoria).

Hasta aquí hemos utilizado exclusivamente el caso base, pero podemos mejorar nuestra estimación analizando la situación económico-financiera. Supongamos que se proyecta un crecimiento del PBI del $\gamma\%$ y observamos un valor del índice EMBI de α . A continuación debemos hallar $\exp(b'X)$ para poder corregir nuestras tasas base. Dado que el vector X es conocido $[\gamma \quad \alpha]$ y las incidencias de los cofactores fueron estimados y **no dependen del tiempo** entonces podemos utilizarlos para proyectar las reservas para el próximo período. De esta forma la tasa de quiebra es corregida como indica el modelo de cox:

$$S^*(t) = (1 - \text{tasa de quiebra})^{\exp(b'X)}$$

En particular supondremos que el modelo de Cox arroja los siguientes resultados

$$\ln \left[\frac{h(t | X)}{h_0(t)} \right] = 0.015 \Delta PBI + .0028(1.71 - EMBI)$$

Por lo que partiendo de una tasa base de 0,017 y las proyecciones de la variación del PBI y valores del EMBI son 4% y 1.12, entonces la tasa corregida es $0.0017^{\exp(0.06+0.001652)} = 0.00113325$ inferior dadas las buenas perspectivas de la economía.

Ante esta nueva situación, para que un deudor incurra en default el número aleatorio debe ser mayor a $1-S^*(t)$. En dicho caso la variable indicadora Z tomará el valor 1 indicando que la pérdida individual obtenida como $X_k = E_k Z_k (1 - R_k)$ no será nula.

Este proceso se repite para los 50 deudores que supusimos en nuestra cartera. De esta forma veremos el monto total perdido para un año en particular. Lo interesante es que este proceso puede repetirse tantas veces como uno desee. Por cada simulación, el programa almacena la pérdida de la cartera y cuando finaliza todas las iteraciones, nos muestra el histograma de frecuencia y las medidas estadísticas corrientes de nuestras pérdidas.

Adicionalmente el programa ajusta una distribución de probabilidades a los resultados mediante el estadístico de *Chi-Cuadrado*⁴. Este resultado es de suma importancia si se busca utilizar métodos como el valor a riesgo (VAR) o algún otro que requiera conocer la forma paramétrica de sus pérdidas.

Para el modelo realizaremos unas 10.000 simulaciones para cada situación macroeconómica. Es decir que nos permitimos analizar las pérdidas en 10.000 situaciones distintas.

No hemos corregido de forma alguna la tasa de recupero. Dicha cuestión no es menor y considero que la elección no es la única viable. En situaciones de crisis (auges) financieras muchas veces las garantías brindadas pierden (ganan) valor y por lo tanto sería factible tener que corregir también las tasas de recupero. Independientemente de nuestra elección, el objetivo de esta sección es ilustrar como funciona el modelo, siendo sencilla la generalización a un caso con corrección de la tasa de recupero.

Resultados

Los resultados se presentan bajo tres escenarios distintos: auge, normalidad y recesión, siendo estos tres solo algunos ejemplos que buscan ilustrar la variación en el volumen óptimo de reservas.

Para todos los casos se ha supuesto la estimación del *Modelo de Cox* que figura en el apartado anterior. Vale aclarar que la forma en que aparece la variable financiera (EMBI) responde a la necesidad de diferenciar casos donde el valor del índice puede ser favorable de aquellos escenarios que predicen la posibilidad de una crisis. Dado que la serie no puede tomar valores negativos, se tomó la variable como desvíos con respecto a su valor medio.

Todos los escenarios figuran con su histograma de frecuencias así como una tabla que compara la estimación paramétrica de la salida con sus valores empíricos.

⁴ También se puede poner como opción que la selección de la distribución óptima se realice mediante el *score* de la prueba de Kolmogorov Smirnov o Anderson-Darling

El primer caso presentado será el base, para el mismo prescindiremos de las correcciones brindadas por el modelo de Cox.

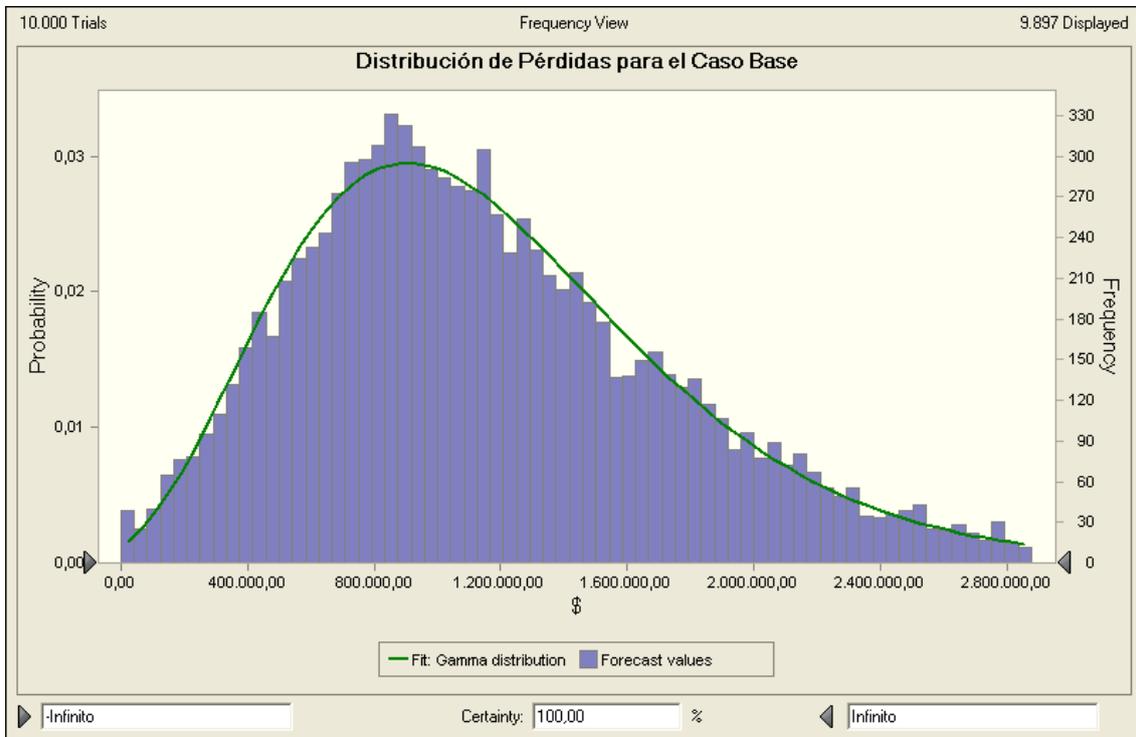


Tabla 1 - Resultados Caso Base		
Estadístico	Distribución Gamma	Valor Empírico
Iteraciones	-	10.000
Media	1.167.611,67	1.167.611,67
Mediana	1.081.151,40	1.076.054,16
Moda	905.185,04	0
Desvío Estandar	612.715,96	611.098,30
Varianza	375.420.847.861,71	373.441.136.327,20
Asimetría	0,8566	0,81422
Curtosis	4,1	3,86
Coef. De Variabilidad	0,52476	0,52337
Error Medio Cuadrático	-	6.110,98

La distribución de pérdidas es positivamente asimétrica mostrando una mayor concentración en los valores inferiores a la media. Sin embargo la presencia de resultados anormalmente elevados aumenta la pérdida promedio por encima de la moda. La distribución paramétrica que mejor ajusta es la Gamma. Los estadísticos principales que se resumen en la Tabla 1 muestran la similitud entre los valores teóricos y los empíricos.

A continuación se presenta una simulación utilizando la misma información solo que con un crecimiento promedio de la economía del 7% y valores del EMBI de 0.85. Ambos indicadores predicen una situación favorable por lo que deberíamos observar una menor cantidad de quiebras.

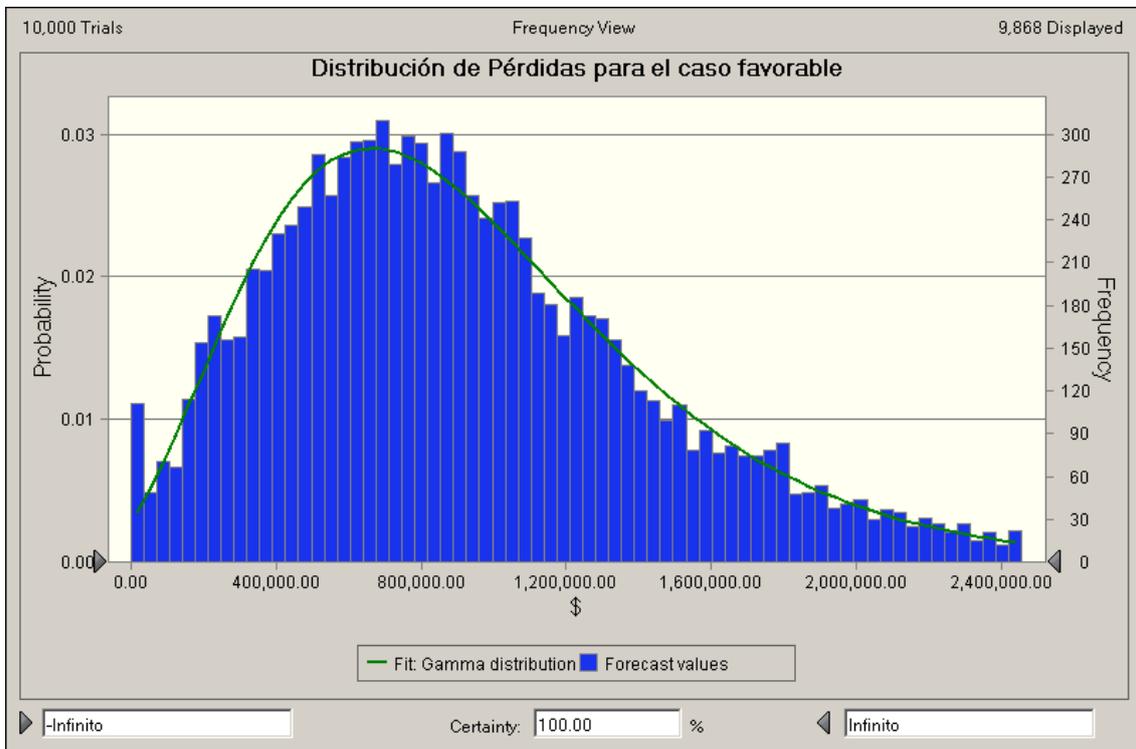
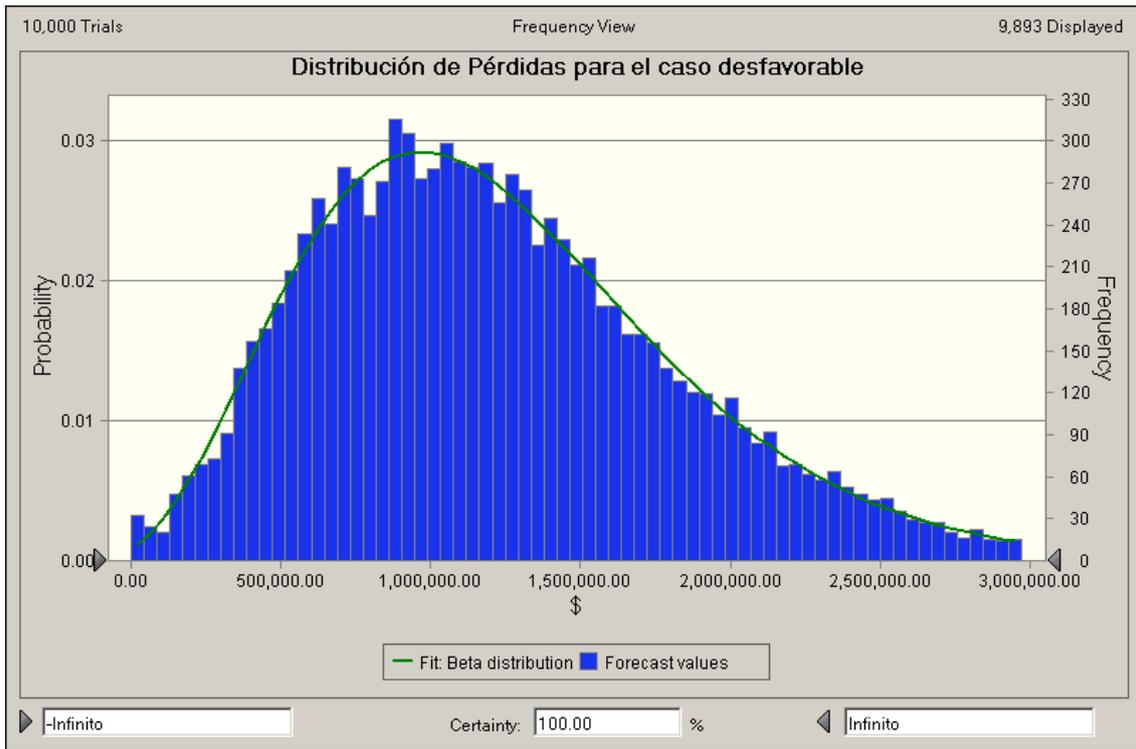


Tabla 2 – Resultados Caso Favorable

Statistic	Gamma distribution	Forecast values
Iteraciones	-	10,000
Media	931,354.79	931,354.79
Mediana	843,429.80	847,860.28
Moda	663,427.02	0
Desvío Estandar	546,623.88	544,659.75
Varianza	298,797,663,407.07	296,654,240,856.02
Asimetría	0.9803	0.94561
Curtosis	4.44	4.23
Coef. De Variabilidad	0.58691	0.5848
Error Medio Cuadrático	-	5,446.60

La buena situación económica se refleja en una menor cantidad de quiebras y como consecuencia una menor pérdida esperada. La reducción en las reservas supera el 20%. De no haber sido ajustadas las tasas, dicha cantidad de dinero (\$236,256.88) puede destinarse a cualquier tipo de inversión que aumente la rentabilidad de la empresa.

Para concluir tomaremos un escenario con perspectivas negativas. El PBI caerá en un 3% y el valor de los bonos EMBI toma valores de 2.11. Recordar que cuanto mayor sea este último indicador, mayor es el spread entre los rendimientos de la deuda soberana y de tomar una diferencia significativa podríamos estar en la antesala de un episodio de crisis. Por ejemplo, en el mes de noviembre de 2001 tomó valores que superaban ampliamente los 6 puntos.



Statistic	Beta distribution	Forecast values
Iteraciones	-	10,000
Media	1,227,894.49	1,227,894.49
Mediana	1,144,775.12	1,142,700.10
Moda	967,279.41	0
Desvío Estandar	622,999.22	623,030.37
Varianza	388,128,024,772.46	388,166,841,456.61
Asimetría	0.77105	0.77093
Curtosis	3.76	3.76
Coef. De Variabilidad	0.50737	0.5074
Error Medio Cuadrático	-	6,230.30

El escenario desfavorable puede verse reflejado en una mayor pérdida esperada. Si lo comparamos con el año base las reservas necesarias para hacer frente a la presente situación deben incrementarse en un 5%. Por otro lado vale notar el cambio en la distribución paramétrica de pérdidas. En este caso el mejor ajuste lo da una distribución

Beta, sin que esto presente ningún tipo de problemas. Dicha distribución cuenta con una forma similar a la Gamma solo que presenta una cola más “pesada” consecuencia de una situación económico-financiera negativa que lleva a la empresa a hacer frente a algunas pérdidas muy grandes. Por último vale mencionar el aumento en el riesgo de la cartera reflejado en un aumento de la varianza. Esto nos indica no solo que la pérdida promedio es mayor, sino que la probabilidad de tener que hacer frente a pérdidas muy altas es mayor que en cualquiera de los otros casos.

Para finalizar se resumen en la Tabla 4 los principales estadísticos para los tres casos con el fin de facilitar la comparación.

Variable	Caso Base	Caso Favorable	Caso Desfavorable
ΔPBI	-	7%	-3%
EMBI	-	0.85	2.11
Media	1167611.67	931354.79	1227894.49
Varianza	373.441.136.327,20	296,654,240,856.02	388,166,841,456.61
Desvío Estandar	611.098,30	544659.75	623030.37
Coef. De Variabilidad	0,52337	0.5848	0.5074
% Reservas	0.077840778	0.062090319	0.081859633
Ahorro reservas	-	236256.88	-60282.82
Variación Respecto Base	-	-0.202342	0.051629169

Conclusiones

Utilizando un modelo simulado de quiebras se buscó conocer la pérdida esperada de una cartera de deudores. Las tasas de quiebras y de recupero fueron definidas utilizando una distribución de probabilidades personalizada y una vez fijadas se utilizó un modelo de simulación para conocer la pérdida promedio luego de 10.000 iteraciones. Las tasas básicas fueron corregidas utilizando un modelo de riesgos proporcionales que modifican la cuantía de las tasas de default en función de las predicciones de la situación macroeconómica y financiera.

Se ejemplificó con tres situaciones: auge, normalidad y recesión, mostrando que las reservas necesarias para hacer frente a las pérdidas por incumplimiento se incrementan cuanto peores son las expectativas económicas y financieras. Debemos enfatizar que el modelo se muestra lo suficientemente flexible como para permitir calcular las medidas de interés para cualquier nivel de adecuación y escenario. Son la flexibilidad y sencillez los dos pilares centrales del modelo de reservas. La calidad de la información es una variable clave para un óptimo desenvolvimiento. Las compañías que deseen adoptar la citada metodología cuentan con las herramientas necesarias para hacer que este no sea un escollo insuperable.

El modelo, al combinar elementos tomados de la Biometría y el Análisis Actuarial, carece de precedentes. En consecuencia estaríamos frente a un nuevo modelo construido basado en la combinación de áreas de estudio dispares, pero que pueden complementarse para flexibilizar y mejorar las estimaciones del capital necesario para hacer frente a eventuales incumplimientos.

En economías emergentes la necesidad de contar con un nivel adecuado de reservas es fundamental para no profundizar los episodios de crisis y poder proveer la liquidez necesaria, en caso de auge, para no desacelerar el crecimiento económico. Es por este motivo que considero el presente trabajo como un aporte significativo hacia un mejoramiento del sistema financiero y económico actual.

Bibliografía

- Basel Committee on Banking Supervision (2005). AN EXPLANATORY NOTE ON THE BASEL II IRB RISK WEIGHT FUNCTIONS. Basilea, Bank for international Settlements Press & Communications. ISBN: 92-9131-673-3
- Breslow, N. (1974). COVARIANCE ANALYSIS OF SURVIVAL DATA UNDER THE PROPORTIONAL HAZARDS MODEL. En: *International Statistical Review*, 43, 43—54.
- Cisnero, Valeria (2004). ANÁLISIS DEL RIESGO DE CRÉDITO DESDE UNA PERSPECTIVA ACTUARIAL. En: *Quintas Jornadas Actuariales*, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, ISBN: 950-29-0888-0
- Cox, D. R. (1972). REGRESSION MODELS AND LIFE TABLES. En: *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 34, 187—220.
- Cristófoli, María Elizabeth (2005). RECOMENDACIONES DE SOLVENCIA II (UNIÓN EUROPEA). En: *Quintas Jornadas Actuariales*, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, ISBN: 950-29-0888-0
- Efron, B. (1977). THE EFFICIENCY OF COX'S LIKELIHOOD FUNCTION FOR CENSORED DATA. En: *Journal of the American Statistical Association*, 72, 557—565.
- Gómez, María C. (2004). LA CAPACIDAD DEL ÍNDICE DE BONOS PARA MERCADOS EMERGENTES (EMBI) PARA ANTICIPAR EPISODIOS DE CRISIS. *En quintas jornadas actuariales*, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, ISBN: 950-29-0888-0
- Galicia Romero, Martha (2003). NUEVOS ENFOQUES DE RIESGO DE CRÉDITO. México DF, Instituto del Riesgo Financiero.
- Gutierrez García, Javier y Jesús Alan Elizondo Flores (2002) RIESGO DE CRÉDITO: EL ENFOQUE ACTUARIAL. 27° Congreso Internacional de Actuarios.
- Hamerle, Alfred, Thilo Liebig & Daniel Rösch (2003). CREDIT RISK FACTOR MODELING AND THE BASEL II IRB APPROACH. Frankfurt am Main, Press and Public Relations Division, Deutsche Bundesbank. ISBN: 3-935821-70-0.
- Kaminsky, Graciela, Lizondo, Saul & Reinhart, Carmen (1998): LEADING INDICATORS OF CURRENCY CRISIS. *International Monetary Fund*, 7: 1997

- Landro, Alberto (1999). ACERCA DE LA PROBABILIDAD. Buenos Aires, Ed. Economizarte.
- Novello, Delia (2005). MODELOS QUE SUSTENTAN EL CAPITAL REGULATORIO DE LOS BANCOS SEGÚN EL ACUERDO DE BASILEA II. En: *Quintas Jornadas Actuariales*, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, ISBN: 950-29-0888-0
- Maricich, Ignacio (2005). MODELOS DE RIESGO: DENSIDAD DE RUINA. En: *Quintas Jornadas Actuariales*, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, ISBN: 950-29-0888-0
- Rolfsen, Anders Hellemann y Eric Bolviken (2001). LOSS RESERVES AND FINANCIAL RISK: THE RICH AND THE POOR. Oslo, Sparebank 1 Skadeforsikring AS and University of Oslo.
- Tagliafichi, Ricardo (2004). MÉTODOS Y MODELOS PARA EL CÁLCULO DE VAR Y LA ADMINISTRACIÓN DE PORTAFOLIOS. Buenos Aires, Ediciones Cooperativas. ISBN: 987-1076-49-5

Apéndice: Planilla de Datos utilizados para la simulación

A continuación se muestra la situación inicial de la cartera antes de comenzada la simulación. En la primera columna aparece el saldo residual y en la segunda la calificación crediticia que le fue asignada. La tercer columna muestra la proporción que se recupera cuando hay incumplimiento. A continuación figura la tasa corregida que se obtiene aplicando el modelo de riesgos proporcionales a las probabilidades que figuran en la columna 3.

Finalmente se le pide al programa que genere un número aleatorio que nos indicará, en cada caso, si existe pérdida. Para ilustrar una de las 10.000 iteraciones mostramos el resultado de la primera simulación para el escenario desfavorable

Exposición	Categoría	Prob. De Quiebra	Tasa Recupero	Prob. corregida	Aleatorio	Pérdida?	Pérdida Individual
13733	5	0.29195377	0.20550925	0.308612696	0.87435948	1	10910.74151
27467	5	0.14334293	0.12892187	0.156459026	0.17812591	0	0
41752	5	0.15008646	0.48503235	0.163480506	0.11222344	0	0
68948	4	0.12401988	0.14650043	0.13625425	0.20474645	0	0
74059	2	0.01182576	0.01507427	0.014444136	0.56758853	0	0
83503	5	0.20776926	0.0371482	0.223017894	0.28616051	0	0
88778	2	0.03962623	0.27407535	0.04583269	0.29307545	0	0
92364	2	0.03575429	0.16599361	0.041546408	0.86019842	0	0
101607	5	0.31478569	0.10215258	0.331620042	0.87710667	1	91227.58308
113311	2	0.01227119	0.67459065	0.014963238	0.64922718	0	0
120189	1	0.02078378	0.09663313	0.024748514	0.60957562	0	0
122749	1	0.00565839	0.32334132	0.007144712	0.77653029	0	0
137896	2	0.02434147	0.32834377	0.028779175	0.33167438	0	0
148117	4	0.0923144	0.06970891	0.102779738	0.09639809	0	0
177556	4	0.14272873	0.1788464	0.155818782	0.24633674	0	0
181122	1	0.014413	0.20599598	0.017447937	0.18497709	0	0
184728	4	0.05156207	0.20391305	0.058934424	0.92902698	0	0
185060	1	0.01384012	0.40839416	0.016785085	0.76596587	0	0
188185	3	0.07247609	0.31032372	0.081577202	0.24155709	0	0
188832	5	0.27480912	0.16867465	0.291283228	0.39356733	0	0
193174	4	0.12090587	0.35031227	0.132985382	0.65960649	0	0
203213	5	0.27735355	0.34937102	0.293858099	0.72949954	1	132216.2668
203826	3	0.03342522	0.41170191	0.038958136	0.41796418	0	0
208235	3	0.0646454	0.0095418	0.073139137	0.4864346	0	0
211382	2	0.04568301	0.14386748	0.052500458	0.61024959	0	0
220845	3	0.05886073	0.17664883	0.066876395	0.75679929	0	0
224034	2	0.02155133	0.30109815	0.025620568	0.47115238	0	0
226621	4	0.04175731	0.07917755	0.048183656	0.15360058	0	0
240379	3	0.00572592	0.30361303	0.007226119	0.02120404	0	0
245497	3	0.07182825	0.40828358	0.080880728	0.04179449	0	0
247736	5	0.59696322	0.22928993	0.611007034	0.24826369	0	0
248265	5	0.25199919	0.13810593	0.268151147	0.43909877	0	0

296051	2	0.04269531	0.33085923	0.04921671	0.96849465	1	198099.7952
362244	1	0.01913688	0.22220167	0.022872405	0.43152066	0	0
370120	3	0.0533855	0.57286537	0.060923054	0.44670541	0	0
376370	3	0.03764881	0.32619876	0.043646141	0.64699793	0	0
377665	5	0.35866044	0.25478869	0.375625497	0.69682784	1	281440.2296
386348	4	0.08551664	0.32714265	0.095540152	0.88617207	0	0
407652	3	0.06331259	0.22373661	0.071698505	0.63328962	0	0
416471	3	0.037631	0.39431483	0.043626434	0.46233101	0	0
422764	2	0.01948389	0.39832729	0.02326829	0.81335519	0	0
441690	3	0.03254992	0.21568698	0.037983344	0.24726818	0	0
448068	2	0.02150498	0.6071295	0.025567947	0.32259041	0	0
495473	5	0.10939657	0.36017864	0.120869945	0.54023241	0	0
496530	5	0.0876587	0.17554889	0.097824141	0.17307149	0	0
590400	4	0.0697299	0.34562892	0.07862293	0.86494373	0	0
592101	2	0.02469981	0.34971454	0.029183621	0.78413405	0	0
775363	3	0.04453561	0.19524821	0.051240544	0.75231406	0	0
1180801	4	0.06552592	0.21333618	0.074090151	0.08653629	0	0
1550727	3	0.06091585	0.39532336	0.069104406	0.8071487	0	0
Pérdida Total Cartera							713894.6162

Por ejemplo, para el primer deudor la probabilidad de default es el resultado de tomar del cuadro que figura en la página 13 un valor al azar de la quinta columna (por ser de categoría 5). Así también obtenemos los valores para la tasa de recupero. Dado el escenario de la economía se corrige la tasa pasando de un 0.2919 a 0.308612696, casi un 2% mas riesgoso. Para saber si el deudor abandona los pagos se compara el número aleatorio de la columna 6 con 1-tasa corregida de quiebra. Si el valor aleatorio fuese superior entonces la columna 7 toma el valor 1 indicando una suspensión de pagos. La última columna nos dice cuanto pierde la institución por ese cliente. Para conocer cual es la pérdida se utiliza la ecuación que figura en la pág. 6

Este procedimiento se realiza para cada uno de los componentes de la cartera, sumando las pérdidas individuales para obtener las totales. En nuestro ejemplo obtuvimos una pérdida de la cartera de \$713.894,6162. Este valor se guarda y se repite el proceso. Los 10.000 resultados de pérdida de la cartera son los que figuran en los histogramas presentados en las páginas 16, 17 y 18.