

Colección Progresos en Economía

5

# PROGRESOS EN ECONOMÍA COMPUTACIONAL

**Omar O. Chisari**  
(Compilador)

**Martín Cicowiez**  
**Guillermo J. Escudé**  
**Daniel Heymann**  
**Enrique Kawamura**  
**Roberto Perazzo**  
**Carlos A. Romero**  
**Martín Zimmermann**



Asociación Argentina  
de Economía Política

**TEMAS**

# PROGRESOS EN ECONOMÍA COMPUTACIONAL

*Compilador:*

Omar O. Chisari

*Autores:*

Martín Cicowiez

Guillermo J. Escudé

Daniel Heymann

Enrique Kawamura

Roberto Perazzo

Carlos A. Romero

Martín Zimmermann

*Serie Progresos en Economía*



Asociación Argentina  
de Economía Política

Chisari, Omar O.

Progresos en economía computacional. - 1a ed. - Buenos Aires : Temas Grupo Editorial, 2009.

180 p. ; 15x22 cm.

ISBN 978-950-9445-71-0

1. Economía. 2. Aplicaciones Informáticas. I. Título  
CDD 330

Fecha de catalogación: 02/11/2009

© AAEP. – Asociación Argentina de Economía Política  
Avda. Córdoba 637 piso 4to  
C1054AAF Ciudad de Buenos Aires, Argentina

© Temas Grupo Editorial SRL, 2009  
Bernardo de Irigoyen 972, piso 9no  
C1072AAT - Buenos Aires, Argentina

**www.editorialtemas.com**

Derechos reservados en el idioma español

*1ª edición Noviembre de 2009*

*Dirección editorial:* Jorge Scarfi

*Coordinación general:* Julieta Codugnello  
*Producción editorial:* Inés Shute Dinamarca  
*Diagramación:* Karin Bremer  
*Marketing y comunicación:* Julieta Blanco

ISBN: 978-950-9445-71-0

Queda hecho el depósito que previene la ley 11.723  
Impreso en Argentina

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin permiso escrito de la Editorial.

## ÍNDICE

Prólogo	V
Breve historia de la AAEP	VII
Consejo Directivo de la Asociación Argentina de Economía Política	XI
Sobre los autores	XIII
1. Progresos en Economía Computacional: una introducción <i>Omar O. Chisari</i>	1
2. Calibración de Modelos de Equilibrio General Computado: métodos y práctica usual <i>Carlos A. Romero</i>	27
3. La Evaluación Cuantitativa de Políticas Económicas: El Enfoque Macro-Micro <i>Martín Cicowiez</i>	71
4. Modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (EGDE): una introducción <i>Guillermo J. Escudé</i>	99
5. Modelos de Múltiples Agentes <i>Daniel Heymann, Enrique Kawamura, Roberto Perazzo y Martín Zimmermann</i>	145



## PRÓLOGO

La Asociación Argentina de Economía Política tiene como misión “Promover el análisis económico en el país con miras al adelanto de la ciencia”.

Las Reuniones Anuales, de las que este año se cumplirán ya cuarenta y cuatro ediciones, han sido siempre nuestro principal medio de contribución científica. Han creado un ámbito estable para la presentación de nuestros trabajos, para la evaluación crítica e independiente de la calidad de nuestra producción, y para la difusión de nuestros resultados innovadores.

Las Reuniones Anuales nos han permitido, también, poner a nuestros asociados, en particular a los jóvenes, en contacto con académicos de primer orden internacional.

A partir de noviembre de 2004 hemos tomado la iniciativa de reforzar los aspectos de difusión y formación académica incorporando paneles de Progresos en Economía. Esperamos sean un vehículo eficaz para hacer conocer a toda nuestra comunidad científica los más recientes y destacados avances en cada una de las especialidades de nuestra ciencia.

Este quinto libro de Progresos que edita la AAEP, es el resultado del panel sobre Progresos en Economía Computacional desarrollado en la XLIII Reunión Anual que tuviera lugar en la Universidad Nacional de Córdoba en Noviembre de 2008.



## BREVE HISTORIA DE LA AAEP

La AAEP fue fundada en 1957 por los Dres. Juan E. Alemann, Roberto Alemann, Julio Broide, Benjamín Cornejo, Aldo Ferrer, Juan J. Guaresti (h), Carlos C. Helbling, Carlos Moyano Llerena, Julio H. G. Olivera, Federico Pinedo, Oreste Popescu, Ovidio Schiopetto, Francisco Valsecchi y el Ing. Francisco García Olano.

El origen de la AAEP se remonta a sendas invitaciones cursadas por los Dres. Adolph Jöhr y Louis Baudin, a mediados de la década de los cincuenta, a los Dres. Oreste Popescu y Julio H. G. Olivera\*. Jöhr y Baudin, por entonces pertenecientes a la International Economic Association, sugirieron constituir una asociación representativa de los investigadores en “economía política”. La convergencia de iniciativas de los Dres. Popescu y Olivera se cristalizó, el 26 de setiembre de 1957, con la decisión de crear la AAEP. El Dr. Olivera llevó adelante la ejecución de la fundación, la que tuvo lugar formalmente el 18 de noviembre del mismo año.

La historia de la Asociación puede dividirse en tres fases. Durante la primera etapa (1957-1965) la actividad se tradujo en encuentros periódicos para la discusión de temas específicos. En 1958 se realizó la primera reunión de análisis económico. Durante este período la AAEP constituyó varios “centros regionales”. La segunda etapa (1966-1972) se caracterizó por la incorporación a la AAEP de representantes de centros e institutos de investigación. A partir de entonces, las reuniones de centros de investigación económica se realizaron en el marco de la AAEP. Se inició en 1968 la rotación de la sede y de las autoridades ejecutivas entre los principales centros. En 1972 tuvo lugar la última reunión de la AAEP organizada sobre la base de trabajos de los centros e institutos de investigación. Desde 1973 hasta el presente la AAEP se encuentra en su tercera etapa, con su sede permanente en la ciudad de Buenos Aires. La AAEP es una institución formada por investigadores y académicos en economía y que interactúa en forma directa con los mismos. El espíritu de una amplia representación institucional y regional ha quedado impreso en la actividad de la AAEP y, en especial, en la práctica de las Reuniones Anuales.

Desde su fundación, la AAEP fue presidida por Julio H. G. Olivera (1957/68), Benjamín Cornejo (1968/70), Víctor J. Elías (1970/72 y 1978/80), Miguel E. Martínez (1972/74), Horacio Núñez Miñana (1974/76), Aldo A. Arnaudo (1976/78), Rolf R. Mantel (1980/82), Mario L. Szychowski (1982/84), Ana M. Martirena



Mantel (1984/86), Luisa Montuschi (1986/88), Alfredo M. Navarro (1988/90), Rinaldo Colomé (1990/92), Juan C. De Pablo (1992/94), Eusebio C. Del Rey (1994/96), Enrique A. Bour (1996/98), José A. Delfino (1998/00), Hildegart Ahumada (2000/02), José Luis Arrufat (2002/04), Omar O. Chisari (2004/06), Alberto Porto (2006/08) y Daniel Heymann (2008/10).

## **Qué es la Asociación Argentina de Economía Política**

La principal actividad de la AAEP es la celebración de una Reunión Anual de discusión de trabajos realizados en el ámbito de la economía, tanto por socios como por no socios, la que tradicionalmente se realiza el mes de noviembre de cada año en distintas ciudades del país, en consulta y cooperación con universidades y centros de investigación económica de la Argentina. En dichas reuniones han participado economistas del país e invitados de otros países, incluyendo prestigiosos economistas extranjeros como Albert Berry, Michael Bruno, Vittorio Corbo, Jacques Drèze, Stanley Fischer, Roger Guesnerie, Arnold Harberger, Hendrik Houthakker, Jean Jacques Laffont, Axel Leijonhufvud, James Mirrlees, F. Modigliani, Marc Nerlove, Luigi Pasinetti, Sherwin. Rosen, Pablo Spiller, James Tobin, Wallace Oates, Victor Volsky, Edward Prescott, T.N. Srinivasan, Finn Kydland, Aloisio Araujo, Stan Metcalfe, Jan Brueckner, Paul Klemperer, Andreu Mas-Colell, Salvador Barberá. Los trabajos son aceptados por una comisión de socios de reconocidos méritos científicos y académicos, designada por el Consejo Directivo.

Los recursos de la AAEP provienen de las cuotas sociales y de los aportes de entidades adherentes. Actualmente la AAEP cuenta con más de 500 socios activos y 17 entidades adherentes: Academia Nacional de Ciencias Económicas (ANCE), Banco Central de la República Argentina (BCRA), Centro de Estudios de Estado y Sociedad (Cedes), Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), DePablo Consult, Fundación de Investigaciones Económicas Latinoamericanas (FIEL), Fundación Capital, Instituto Torcuato Di Tella (ITDT), Orlando J. Ferreres y Asociados, Universidad de Buenos Aires (UBA), Universidad del CEMA (UCEMA), Universidad de San Andrés (UdeSA), Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Universidad Nacional de Cuyo (UNCu), Universidad Nacional de La Plata (UNLP), Universidad Nacional de Salta (UNSa) y Universidad Nacional del Sur (UNS).

Desde 1964, la AAEP ha llevado adelante 43 Reuniones Anuales en las cuales han sido presentados y discutidos, en un marco de total libertad académica, más de dos mil quinientos trabajos de investigación. Los trabajos presentados en cada

Reunión Anual son editados en los Anales de la Asociación Argentina de Economía Política. A estos trabajos hay que sumar los trabajos presentados antes de 1964 y en reuniones científicas, no incluidos en Anales. Los trabajos y comentarios están incluidos también en el web site de la AAEP en Internet. La AAEP no es responsable ni de las opiniones incluidas en los Anales, ni de su protección intelectual.

La AAEP también organiza, en forma no sistemática, reuniones científicas a lo largo del año, en colaboración con otros organismos. Es miembro de la International Economic Association y desde el año 2008 ha lanzado la iniciativa de realizar el ciclo de seminarios de Progresos en Economía con el objeto de contribuir a la creación y fortalecimiento de vínculos con las Universidades que den bienvenida a dichos eventos.

El Consejo Directivo de la AAEP es el órgano de gobierno de la AAEP, y está compuesto de un presidente, dos secretarios y nueve vocales, provenientes de distintos organismos y regiones del país. Al momento de la edición de este libro el Consejo Directivo está integrado por: Daniel Heymann (Presidente), Cecilia Rumi (Secretaria), Ramiro Moya (Secretario), Ana María Cerro y Jorge Paz (Secretarios Suplentes), Federico Weinschelbaum, Alfonso Martínez, María Luisa Recalde, Leandro Arozamena, Claudia Nerina Botteon, Andrés López, Marcos Gallacher, Osvaldo Meloni y Fernando Thomé (Vocales). Son Vocales Suplentes Gabriel Sánchez, Enrique Bour, Daniel Maceira, Jorge Carrera, Graciela María del Carmen García, Laura D'Amato, Eduardo Fracchia, Gustavo Ferro y Adrián Ramos.

Julio H. G. Olivera es Presidente Honorario de la AAEP y los Profesores Albert Berry, Vittorio Corbo, Jacques Drèze, Roger Guesnerie, Arnold Harberger, Jean-Jacques Laffont, Axel Leijonhufvud, James Mirrlees, Marc Nerlove, Alberto Petrecolla, Pablo Spiller, T.N. Srinivasan, Aloisio Araujo, Finn Kydland, Stan Metcalfe, Jan Brueckner, Paul Klemperer, Andreu Mas-Colell y Salvador Barberá han sido declarados Miembros Honorarios de la Asociación.

### **Sede de la AAEP**

Av. Córdoba 637 - 4° piso - (1054) Buenos Aires - Argentina  
Tel. (5411) 4314-0246 Fax (5411) 4314-8648 E-mail [info@aaep.org.ar](mailto:info@aaep.org.ar)  
Web-Site de la AAEP en INTERNET: <http://www.aaep.org.ar>

---

\* Para esta sección, véase J. H. G. Olivera, *La Asociación Argentina de Economía Política: los Años Iniciales*, Anales de la A.A.E.P., XXIIa. Reunión Anual, Universidad Nacional de Córdoba, 1987, vol. I.



# CONSEJO DIRECTIVO DE LA ASOCIACIÓN ARGENTINA DE ECONOMÍA POLÍTICA

2008/2009

**Presidente**

Daniel Heymann (CEPAL)

**Secretarios titulares**

Ramiro Moya (FIEL)

Cecilia Rumi (UNLP)

**Secretarios suplentes**

Ana María Cerro (UNT)

Jorge Paz (UNSA)

**Vocales titulares**

Federico Weinschelbaum (UdeSA)

Alfonso Martínez (UCA)

María Luisa Recalde (UNC)

Leandro Arozamena (UTDT)

Claudia Nerina Botteon (UNCu)

Andrés López (UBA)

Marcos Gallacher (UCEMA)

Osvaldo Meloni (UNT)

Fernando Thomé (UNS)

**Vocales suplentes**

Gabriel Sánchez (IERAL)

Enrique Bour (FIEL)

Daniel Maceira (CEDES)

Jorge Carrera (BCRA)

Graciela María del Carmen García (UN Rosario)

Laura D'Amato (BCRA)

Eduardo Fracchia (IAE)

Gustavo Ferro (UADE)

Adrián Ramos (CEPAL)



## **SOBRE LOS AUTORES**

**Omar Osvaldo Chisari** es Doctor en Ciencias Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires. Es director del Instituto de Economía UADE, universidad de la que fue decano de Ciencias Económicas. Es Investigador Principal del CONICET y Académico Titular de la Academia Nacional de Ciencias Económicas. Fue Presidente de la Asociación Argentina de Economía Política (2004-2006), y entre otras distinciones recibió el Premio Konex (Diploma al Mérito) en 2006, y el Premio Houssay en 1987 y 2003. Entre sus publicaciones, se cuentan varios trabajos sobre equilibrio general computado con aplicaciones al caso de la economía argentina.

**Martín Cicowiez** es docente de la Universidad Nacional de La Plata, donde se desempeña como investigador del Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales (CEDLAS). Se ha desempeñado como docente en varios cursos sobre métodos cuantitativos para la evaluación de políticas públicas. Colabora en el desarrollo de modelos de simulación con el Banco Mundial, Naciones Unidas, y el Banco Inter-Americano de Desarrollo. Se especializa en temas de distribución del ingreso, comercio internacional, y economía computacional.

**Guillermo J. Escudé** es Doctor en Economía de la Universidad de Buenos Aires (1981) y miembro de la carrera de investigador del CONICET. Recibió el Premio Facultad de Ciencias Económicas en 1983, el Premio Houssay del CONICET en 1987 y el Premio EUDEBA en 1993. Desde hace 11 años se desempeña como gerente de investigaciones en temas macroeconómicos y monetarios en el Banco Central de la República Argentina. Anteriormente fue director nacional en el Ministerio de Economía, y docente en la Universidad de Buenos Aires, el CEMA, el Instituto Di Tella y la Universidad de California en Berkeley. También se desempeñó en varias empresas privadas. Ha publicado diversos artículos de economía en revistas especializadas y el libro “Dinero, Interés y Tipo de Cambio” (Eudeba).

**Daniel Heymann** es Licenciado en Economía y en Ciencias Físicas, Universidad de Buenos Aires; Ph. D. en Economía, Universidad de California, Los Angeles. Coordinador del área de Análisis Macroeconómico, Oficina de CEPAL en Buenos Aires. Profesor titular de Economía, Universidad de Buenos Aires, Universidad

Nacional de La Plata, Universidad de San Andrés. Además es Miembro titular de la Academia Nacional de Ciencias Económicas, Argentina. Es actualmente Presidente de la Asociación Argentina de Economía Política (AAEP), para el período 2008-2010.

**Enrique Kawamura** es Licenciado en Economía por la Universidad de Buenos Aires (1993). Ph.D. en Economía por Cornell University (1997). Es profesor adjunto y director del Programa de Maestría en Economía en la Universidad de San Andrés y profesor asociado interino en la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA. Fue Senior Research Fellow de la Fulbright Commission entre diciembre de 2006 y febrero de 2007, e investigador visitante en Cornell University (febrero de 2002). Es miembro de la Sociedad Econométrica, de la Asociación de Economistas Latinoamericanos y del Caribe (LACEA) y de la AAEP. Publicó artículos sobre teoría económica y macroeconomía, en revistas como el *Journal of Economic Theory* y el *Journal of Monetary Economics*.

**Roberto Perazzo** es doctor en Física de la Facultad de Ciencias Exactas de la UBA (1967). Fue Subsecretario de Planificación en la Secretaría de Ciencia y Técnica (1983-1985) y miembro del Directorio de la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA) (1987-1989). Realizó investigaciones en física nuclear, redes neuronales, y sistemas complejos con aplicaciones a Economía y Biología Teórica. Es actualmente Director del Doctorado en Ingeniería Informática del Instituto Tecnológico de Buenos Aires y es Académico Titular de la Academia Nacional de Ciencias Exactas Físicas y Naturales. Fue miembro asociado del Centro Internacional de Física Teórica de Trieste (Italia) y profesor titular y director del centro de Estudios Avanzados de la UBA. Fue investigador y docente en universidades de E.E. U.U., Brasil, Italia, Alemania y Francia. Actuó como consultor de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica, y de la Comisión Nacional de Estudios Espaciales.

**Carlos A. Romero** es Doctor en Economía (UNLP), MSc Economics (Warwick), tiene un Posgrado de Economía (Di Tella), y es Licenciado en Economía (UBA). Es profesor investigador del Instituto de Economía UADE y profesor de Economía Computacional en UADE. Es especialista en economía computacional y microeconomía aplicada. Ha publicado diversos artículos en las áreas de economía de la regulación, defensa de la competencia, CGE y comercio internacional. Ha sido consultor de organismos nacionales e internacionales, fundaciones y empresas privadas.

**Martín Zimmermann** es Licenciado en Física por la Universidad de Buenos Aires (1993). Ph.D. en Física por Uppsala Universitet, Suecia (1997). Es profesor invitado en la Universidad de San Andrés. Fue International Fellow en el Santa Fe Institute entre 2002 y 2004, y miembro de la Carrera de Investigador del CONICET hasta el 2006. Publicó artículos sobre teoría juegos, redes complejas y sistemas dinámicos, en revistas como el *Physical Review Letters*, *American Journal of Sociology*, *Journal of Theoretical Biology*, entre otras.





# 1. PROGRESOS EN ECONOMÍA COMPUTACIONAL: UNA INTRODUCCIÓN

**OMAR O. CHISARI<sup>1</sup>**

*Instituto de Economía – Universidad Argentina de la Empresa y CONICET*

## 1. Sobre este libro

La AAEP ha ya publicado varios libros de síntesis del estado de avance de algunos de los campos principales de nuestra disciplina. Y tal como ocurre con esos libros de la serie Progresos en Economía de la Asociación Argentina de Economía Política, el objetivo de este volumen es difundir el trabajo de los investigadores de la Argentina en temas de economía computacional, y facilitar a los lectores la entrada a los temas que se trata.

Vale la pena recordar que, en la Argentina, este campo de aplicación de la computación a la economía<sup>2</sup> fue iniciado hace unas décadas atrás por dos ex presidentes de la AAEP, Rolf Mantel quien contribuyó a nivel internacional al desarrollo de algoritmos de cómputo del equilibrio general, y Enrique Bour, quien estuvo entre los primeros en hacer análisis aplicados de la economía computacional a la economía argentina.

Los expositores de la mesa,<sup>3</sup> y autores de los capítulos que siguen son:

- Carlos Romero (calibración y bases de datos en equilibrio general computado),
- Martín Cicowiez (microsimulaciones y equilibrio general computado),
- Guillermo Escudé (modelos estocásticos dinámicos de equilibrio general),

---

<sup>1</sup> Agradezco la colaboración de Mariano González, para la edición de este volumen.

<sup>2</sup> Los métodos econométricos han hecho uso intensivo de los instrumentos computacionales. Ameritan un tratamiento especial, más allá del alcance de este trabajo.

<sup>3</sup> Desarrollada durante la XLIII Reunión Anual de la AAEP en la Universidad Nacional de Córdoba, en noviembre de 2008. Con anterioridad, se realizó un ciclo de economía computacional en la Academia Nacional de Ciencias Económicas, en la que participaron Rubén Mercado y George MacCandless, además de los autores de los capítulos de este volumen.

- Daniel Heymann, Enrique Kawamura, Roberto Perazzo y Martín Zimmermann (modelos basados en agentes).

Todos ellos han utilizado las herramientas de la economía computacional de manera sistemática y regular, de modo que están entre quienes mejor pueden resumir su utilidad, así como sus limitaciones y los problemas por resolver. La lista de investigadores que han trabajado en el tema no es exhaustiva por supuesto, y no hemos podido incluir (por restricciones de espacio y tiempo) a otros economistas que han contribuido a este campo. Dos merecen mencionarse especialmente, por su importancia para la educación y la investigación, a los que nos referiremos también brevemente:

- El libro de introducción a varios de los campos de la economía computacional, cuyos autores son Rubén Mercado, David Kendrick y Hans Amman (2006), y que es un compendio muy útil para la docencia.
- El libro de George MacCandless (2008) sobre intermediarios financieros en modelos de dinámicos estocásticos, de gran aplicación al diseño de la política monetaria.

## 2. La demanda derivada de economía computacional

Aunque parezca redundante, a estas alturas del progreso y la difusión de los medios computacionales, vale la pena tratar de reseñar por qué se los usa con tanta asiduidad. Consideremos las siguientes:

- *Las grandes dimensiones de los modelos.*<sup>4</sup> De ello tenemos varios ejemplos en este volumen. En el trabajo de Romero se trata de una gran variedad de bienes, en un modelo de raíz walrasiana; el cálculo requiere obtener un vector de precios que resuelva simultáneamente las ecuaciones de exceso de demanda. Cicowiez trata un caso similar, pero se propone también bajar los resultados del equilibrio general al nivel de una multiplicidad de familias. Escudé trata el caso de un único agente, pero que enfrenta una variedad de bienes indexados

---

<sup>4</sup> Para Dixon y Parmenter (1996) es la capacidad de manejar detalles uno de los factores que explica el uso de los modelos de Equilibrio General Computado, además de la posibilidad que dan de incorporar plenamente la hipótesis de optimización de los agentes (que los modelos macroeconómicos sólo toman como restricción).

por estado de la naturaleza y momento del tiempo. Es un cambio de énfasis, desde las condiciones de la distribución del ingreso en el modelo estático, hacia las de sustitución intertemporal en el de optimización dinámica. Finalmente, Heymann et al. se refieren a un gran número de agentes interactuando entre sí (aún con un solo bien) y generando dinámicas ricas pero que a veces reproducen comportamientos de racionalidad agregada.<sup>5</sup> Hay un reconocimiento implícito entonces de la necesidad de tener en cuenta grandes variedades de bienes y de agentes. En el primer caso, se deja de lado la posibilidad de recurrir al teorema de la mercancía compuesta de Hicks (¿son los precios relativos constantes en el análisis?) porque la riqueza de los resultados está en los precios relativos (estáticos y dinámicos). En el segundo, se admite que no alcanza con el agente representativo (véase Kirman, 1992) y que vale la pena ver el proceso de agregación como parte explícita de la solución.

- *La dificultad o la imposibilidad de tener solución analítica.* Esto es muy claro en el caso de los modelos de agentes múltiples, como los discutidos por Heymann y sus coautores, y en los de Escudé de optimización intertemporal estocástica, e inclusive en los modelos de muchos bienes como los tratados en el equilibrio general computado. Pero la ilustración más clara y moderna, sea el de la nueva geografía económica, impulsada por los trabajos del reciente Premio Nobel, Paul Krugman. En esa literatura, la gran variedad de supuestos y formas no lineales (que combinan economías de escala, preferencia por la variedad y costos de congestión) hacen que los modelos deban explorarse numéricamente (en ausencia de soluciones analíticas sencillas y de suficiente generalidad).<sup>6</sup>
- *La interacción de agentes que genera no linealidades.* Esto está claro en los modelos basados sobre agentes múltiples. Pero también ocurre cuando algunas economías funcionan conjuntamente, y es difícil ver los efectos directamente y sin una evaluación numérica. Ocurre además que se vuelve incierta la aplicación de un principio de superposición que permitiera sumar efectos, y se hace necesario evaluar la interacción de medidas de política que conformen un paquete –Kehoe et al. (2005). También la interacción en sí misma genera problemas de complejidad, como ocurre en el cómputo de la solución de modelos de juegos cuyos problemas básicos para definir un método de cóm-

---

<sup>5</sup> O que no es necesario para observar racionalidad de grupos (Gode y Sunder (1993) muestran que una restricción presupuestaria es suficiente para observar racionalidad en remates en los que compiten agentes de inteligencia cero).

<sup>6</sup> Véase Baldwin et al (2003).

puto requieren determinar: 1) si se quiere computar un solo equilibrio, o todos los equilibrios de Nash (la segunda tarea es altamente exigente en capacidad de cálculo), 2) si el número de agentes es igual a dos o mayor que dos (en el último caso, el conjunto de equilibrios de Nash puede dejar de ser un conjunto conexo, creándose así una dificultad importante para el cálculo), 3) si se requiere una refinación de los equilibrios, por ejemplo a través de un orden parietano que clasifique mejores y peores (aunque en principio es posible conseguir una refinación sin alterar los métodos usados para el cómputo de un equilibrio). McKelvey y McLennan (1996) presentan un resumen. Pero además, el cómputo de soluciones de juegos puede requerir la adaptación de los algoritmos -por ejemplo, véase Govindan y Wilson (2003) y Govindan y Wilson (2008).

- *Muchos escenarios y multiplicidad de estructuras paramétricas plausibles.* La necesidad de evaluar muchos casos y escenarios alternativos, requiere computar soluciones para apreciar la sensibilidad a gran variedad de parámetros. Sin embargo, podrían ponerse las cosas al revés y decir que (ya que se dispone del instrumento) no es realmente costoso generar muchos resultados y evaluar numerosos escenarios. ¿Por qué no hacerlo entonces?.
- *La aparición de rutinas de simulación estocástica para los modelos macroeconómicos.*<sup>7</sup> Judd sostiene que la aplicación más interesante de la economía computacional ha sido a modelos de expectativas racionales; y hay que saber métodos numéricos de aproximación de soluciones (en este volumen, Escudé reseña algunos). Si bien Judd propone varias aplicaciones de la economía computacional entre las que vale la pena destacar las de 1) encontrar ejemplos con soluciones de forma cerrada (para parámetros en los extremos de sus intervalos), 2) buscar contraejemplos, 3) hacer muchos modelos y usar la inferencia estadística para resumirlos (con métodos como las simulaciones Monte Carlo). En el artículo de Anderson y otros (1996) se presenta un resumen de métodos destinados a obtener soluciones rápidas y precisas para las ecuaciones matriciales de Riccati y Silvester, tales como aparecen en los modelos macroeconómicos lineales.
- *El análisis de sistemas económicos (estáticos o dinámicos) con algún grado de inestabilidad estructural.*<sup>8</sup> La ilustración tradicional de esta inestabilidad es

---

<sup>7</sup> Véase Fair (1996) y Magill (1977), quien desarrolló un método de aproximación de modelos no lineales estocásticos.

<sup>8</sup> Smale (1966) mostró que los sistemas dinámicos estructuralmente estables de más de dos dimensiones no son densos. Podría conjeturarse que los modelos basados en agentes muestran riqueza de comportamientos dinámicos por esa razón, al igual que ocurre con los modelos de la nueva geografía económica.

el ejemplo de Quirnbach (1993); ese autor mostró que pequeños cambios en la probabilidad de realizar descubrimientos por parte de firmas que invierten en investigación tienen impacto significativo y no monótono en la forma de competencia en la organización industrial (Bertrand, Cournot, Colusión) que maximiza el bienestar agregado. Los modelos “basados en agentes” que desarrollan aquí Heymann, Kawamura, Perazzo y Zimmermann permiten justamente ver rápidamente los efectos de cambios estructurales y en las reglas de interacción entre los agentes que componen la economía.

- *La examen de la capacidad de cómputo de los agentes.* Según Judd (1996) las ideas computacionales: pueden contribuir a definir mejor la racionalidad de los agentes económicos: ¿cómo deciden agentes con capacidades computacionales finitas?. Una ilustración es el trabajo de Rubinstein (1986) que usa una máquina de Turing para modelar *bounded rationality*, y ver el comportamiento de autómatas en dilemas de prisionero repetidos. La idea en ese caso es apreciar si el error numérico puede vincularse al error de optimización de agentes que tienen *bounded rationality*. ¿Puede la racionalidad observada ser un resultado sólo en apariencia de racionalidad limitada a nivel de los agentes? El trabajo de Heymann et al, incluido aquí, contribuye a esa literatura.

Hay otras causas, por supuesto para la difusión del método e instrumental de la economía computacional, como el uso de programas simbólicos para resolver modelos complicados (tal como se hace con el programa Mathematica) . Por ende, gran cantidad de cifras y parámetros, muchas dimensiones, alta complejidad de cálculos, inestabilidad estructural y necesidad de comparar resultados son justificaciones implícitas de la aplicación de los métodos de la economía computacional. Es razonable. Imaginemos que se quieren ver simulaciones diversas en poco tiempo, para delimitar escenarios factibles. ¿Qué mejor que poder hacerlo rápidamente con las computadoras actuales? Este progreso en la velocidad de cálculo junto con el de la facilidad de las comunicaciones está detrás del impacto sobre la productividad general de las economías, hecho que los economistas mismos han identificado.

Entonces, si bien la economía computacional no necesariamente es totalmente experimentación, sí tiene bastante de ello. Es que el uso intensivo de las computadoras es ahorrador de trabajo en el campo de la economía pero, al mismo tiempo, permite una expansión de escala de trabajo, inusual en otras épocas. Se pueden evaluar hipótesis alternativas y estructuras paramétricas diferentes en unas pocas fracciones de segundo.

De todos modos todavía hay límites y hay demanda por tener computadoras más veloces y de mayor capacidad; eso queda claro en el trabajo de Martín Cico-wiez cuando se quiere llevar los resultados de los ejercicios de equilibrio general a las microsimulaciones. Mejores algoritmos, nuevos teoremas y el cómputo en paralelo son técnicas sustitutas de la capacidad de cálculo. Si bien las computadoras aumentan la velocidad de cálculo, no pueden resolver todos los problemas que se plantean en tiempo finito.<sup>9</sup> Uno de los caminos alternativos es el cómputo en paralelo, tal como se desarrolla en Nagurney (1996).

¿Pueden servir los métodos computacionales para mejorar la teoría? Judd (1999) sostiene que “las computadoras están cambiando la ciencia económica” (página 3) y planteó esta cuestión en economía referida a si puede usarse un resultado computacional en lugar de un teorema convencional. Hay campos en los que podría ser muy útil, como la arquitectura de sistemas, o para probar o proposiciones. Recordemos que el cómputo fue usado con éxito en 1976 por Appel y Haken para probar el llamado “Teorema de los Cuatro Colores” (después de 1200 horas de cálculo), aunque la aceptación del método no fue unánime entre los matemáticos.

### 3. Entre lo normativo y lo positivo

El orden de magnitud de los fenómenos determina su interés y relevancia en el mundo de la política (The Economist (2006)). He allí otra razón para utilizar métodos de cómputo que pongan números a los resultados cualitativos de los efectos descubiertos por los economistas. Claro que los resultados de la economía computacional no tienen por qué tomarse necesariamente como recomendaciones de política, en el campo de la economía normativa.

Kydland y Prescott (1996) han argumentado que el experimento computacional se usa para obtener implicaciones cuantitativas de la teoría económica, aunque no se está tratando de poner a prueba la validez de una teoría, sino más bien se intenta

---

<sup>9</sup> El tema es si el tiempo de cómputo crece como función polinomial de las dimensiones o no. Para el conocido ejemplo del *problema del vendedor viajante*, la dimensión crece como factorial del número de ciudades por visitar, y se vuelve así no tratable (en tiempo finito). Los problemas tratables se llaman P (por polinomiales). Pero existen también los NP (*near polynomials*), que son aquellos que pueden ser reducidos a P vía una aproximación o intuición afortunada. Es decir, se estima cuál es la verdadera solución para luego comprobarla, lo que sólo lleva tiempo polinomial. Actualmente, está en discusión si todo problema NP es un problema P (por ahora, se trata sólo de una conjetura que así sea). La presentación misma del problema en términos algebraicos puede ayudar a reducir el tiempo de cómputo; el método de Horner de evaluación de polinomios es un ejemplo de ello –véase Judd (1999), capítulo 2.

ilustrarla o apreciarla en sus efectos empíricos.<sup>10</sup> La economía computacional es parte de la economía experimental porque hace posible llevar adelante experimentos, sin agentes reales, abstractos es cierto, pero controlados al fin, y luego informar de manera ordenada sobre los resultados (tal como señala A. Roth (1994)).

La facilidad de repetir ejercicios una y otra vez educa al investigador en relaciones causales difícilmente apreciables de la estructura analítica, y en evaluar la importancia de los detalles para los resultados finales.<sup>11</sup> Y le permite también, en muchos casos, obtener recomendaciones de política, y nuevas hipótesis de trabajo (Judd (1996)).

La economía computacional va delineándose como una disciplina que puede caber cómoda en un espacio creado entre la economía positiva y la normativa. No es esencialmente normativa, porque sus recomendaciones y apreciaciones no van más allá de sus hipótesis y de la estructura específica de los modelos. Pero permite poner límites al entorno de parámetros que pueden dar sentido a una teoría.

Tampoco es enteramente positiva, porque si bien utiliza información empírica, no pone a prueba los modelos, como se haría en la econometría. En realidad, su uso más útil parece ubicarse en el examen *ex ante* de las políticas.<sup>12</sup>

¿Qué queda fuera de la economía computacional? Muchos de los *papers* que se escriben en economía actualmente hacen uso de algún método computacional, y la impresión es que ya va quedando cada vez menos. Como se verá, este libro llama más bien la atención sobre su uso sistemático, en particular en la Argentina. Sin embargo, hay dos campos de aplicación que hemos dejado de lado en este volumen. Por una parte, la utilización de métodos computacionales en econometría, y por la otra, las aplicaciones en finanzas.<sup>13</sup> Cada uno de ellas merecería un

---

<sup>10</sup> Kydland y Prescott (1996) ven el experimento computacional construido a partir de una pregunta cuantitativa bien definida, que requiere una combinación de teoría y medición para responderla con un modelo que representa una economía nacional. Canova y Ortega (1996) resumen las distintas ideas del concepto de “calibración”.

<sup>11</sup> D. Kendrick (1993), en “Research opportunities in Computational Economics”, sostiene que dada la considerable incertidumbre asociada con la mayoría de los procedimientos de predicción, los modelos macroeconómicos computados permiten la simulación de opciones de política.

<sup>12</sup> Véase Kehoe et al (2005).

<sup>13</sup> La importancia del cómputo para las finanzas es muy bien conocido. Ha dado lugar a textos en los que se enseña utilizando planillas de cálculo, como por ejemplo el de Benninga (2008). Por otra parte, el error en el cuarto dígito decimal debido a la falla del procesador Pentium de Intel, desató una investigación estadística sobre en qué aspecto de la vida moderna, el impacto era mayor. El resultado fue que como el error afectaba a las divisiones, los efectos serían más fuertes en los productos financieros complejos (como los derivados financieros) –véase MacKenzie (2001).



libro aparte, pero hemos preferido concentrarnos en la utilización en la economía general, dimensión menos tratada todavía.

#### 4. Los primeros pasos

La economía ha tenido siempre interés en el cálculo de los valores numéricos para los diferentes modelos. El modelo de insumo producto, las aplicaciones de la programación lineal, el cálculo de los excedentes del consumidor son algunos ejemplos. Pero el aumento de dimensiones y de complejidad de los modelos llevó a adoptar rápidamente métodos eficientes y rápidos de cómputo.

El inicio del uso de los métodos computacionales estuvo asociado a los trabajos sobre programación lineal y el análisis de actividades desarrollados por Leontief, Koopmans, Dantzig, Dorfman, Samuelson, Solow, Arrow, Hurwicz y Uzawa entre otros.<sup>14</sup> Las aplicaciones de programación cuadrática aparecieron luego, con los trabajos de Markowitz (sobre portafolios) y el estudio de Bacharach en el que se desarrolló el RAS (método de calibración discutido por Romero en este volumen).

Uno de las primeras aplicaciones (intencionales) de equilibrio general computado fue la de Johansen (1960), que incluía veinte industrias y un único consumidor. Ese estudio ya incluía un método eficiente de cómputo. Además, A. Harberger construyó un modelo de dos sectores de la economía de EE.UU. para calcular la incidencia del impuesto a las ganancias de las sociedades anónimas.<sup>15</sup> En realidad, tanto en su caso como en el de Johansen se utilizaron aproximaciones lineales, sin hacer examen de existencia ni de unicidad –véase Kehoe et al. (2005).

El avance en el campo de la economía computacional en los años que siguieron abarcó mejoras en modelos, en algoritmos, lenguajes, y análisis numérico. Herbert Scarf<sup>16</sup> desarrolló “algoritmos matemáticos” para encontrar el o los precios

---

<sup>14</sup> Nagurney (1996).

<sup>15</sup> La situación actual en el campo del equilibrio general computado es bastante variada y rica. No sólo se dispone de modelos walrasianos puros, sino también de modelos más contaminados por desequilibrios persistentes (como el desempleo de trabajo o la capacidad ociosa) e imperfecciones, así como de cierres macroeconómicos alternativos (un trabajo reciente de Robinson (2004) ofrece una taxonomía de casos).

<sup>16</sup> Es importante mencionar que Rolf Mantel, un reconocido investigador argentino, también incurrió en este campo en el ámbito de la Universidad de Yale, y fue uno de los primeros en construir MECG. Ver Mantel (1968).

de equilibrio de una economía de dos sectores productivos, uno de sociedades anónimas, para calcular la incidencia impositiva.<sup>17</sup>

Una consecuencia fundamental de estos estudios y del trabajo de Scarf fue la de establecer una conexión entre la teoría del equilibrio general y la investigación aplicada. Dos discípulos del Profesor Scarf, John Whalley y John Shoven,<sup>18</sup> fueron de los primeros en trabajar en la construcción de lo que luego se denominó como “modelos de equilibrio general computado (MEGC)” a partir de las pruebas analíticas de solución. Probablemente el éxito inicial entre los académicos del método de Scarf<sup>19</sup> fue su vínculo intrínseco con los teoremas de punto fijo (recordemos la relación descubierta por Uzawa, que como luego veremos, ha dado lugar a un punto de vista crítico de Velupillai).

La lista anterior ilustra el vínculo que se fue desarrollando entre teoremas de programación lineal y no lineal, y de teoremas de punto fijo, por un lado, y los métodos de cómputo de la solución de modelos por el otro, el *software*. Notablemente ya también había una línea de trabajo más dura, vinculada con el *hardware*, e inclusive preexistente a la anterior. Una fotografía de A.W.H. Phillips<sup>20</sup> (1914-1975) reproducida en Ng y Wright (2007), muestra al autor de la regularidad llamada “curva de Phillips” junto a su máquina hidráulica, el MONIAC, para el cómputo automático de las variables económicas. Era un instrumento desarrollado desde el mismo momento en que los métodos computacionales empezaron a tener difusión (en particular, luego de la Segunda Guerra Mundial). El MONIAC (Monetary National Income Analogue Computer) es un mecanismo hidráulico que data de los años cuarentas,<sup>21</sup> construido con partes sobrantes de otras máquinas, y que representa la relación entre agregados macroeconómicos. Phillips lo desarrolló en la London School of Economics, y una versión restaurada puede verse en el Reserve Bank of New Zealand (porque Phillips era neocelandés). La máquina se compone de tanques de agua que representan las familias, las empresas, el gobierno y el sector externo, y conductos que muestran flujos de agua de colores diversos, que representan el ingreso, los impuestos y otros pagos de la economía.

---

<sup>17</sup> Scarf y Hansen (1973).

<sup>18</sup> Shoven y Whalley (1992).

<sup>19</sup> Rolf Mantel anticipó el método.

<sup>20</sup> Más conocido por la regularidad macroeconómica llamada “curva de Phillips”.

<sup>21</sup> Véase el texto de Ng y Wright (2007).

La inspiración probablemente haya estado en la ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer), desarrollada por J. Mauchly y J. Presper Eckert, que fue la primera computadora electrónica de propósitos múltiples. Recordemos que la computadora de Babbage fue un diseño mecánico y nunca fue construida y que existieron también como antecedentes la Colossus, que si bien era electrónica podía hacer pocas cosas, y la alemana  $Z_3$  que era electromecánica. La ENIAC Fue desarrollada durante la Segunda Guerra Mundial para guiar a la artillería, pero estuvo en operación plena recién en 1946 (y fue abandonada en 1955).

¿Por qué resulta tan llamativo la curiosidad de Phillips? Por dos razones. La primera es destacar su esfuerzo por conseguir la transparencia de resultados a través del uso de instrumentos independientes del economista. Una vez aceptado el modelo, la máquina actuaba con independencia y transparencia, y no podía más que reflejar en sus resultados más que los datos que se le introducían y las hipótesis de causalidad implícitas en el modelo (Lucas habla de un “conjunto de instrucciones para construir un sistema de imitación mecánico” en referencia a la teoría económica).<sup>22</sup> La segunda razón, de mercado, es que llegó a vender alrededor de trece de sus máquinas hidráulicas, inclusive a bancos centrales.

## 5. Los algoritmos y los programas.

Si no hay fórmula general de solución para las ecuaciones de potencia mayor a la cuarta. ¿Cómo aproximar soluciones? Hay algunos métodos tradicionales, dentro de lo que se llaman métodos Jacobianos. Por ejemplo, el *método de Newton-Raphson* permite computar la solución de una ecuación, o de un sistema de ecuaciones, mediante aproximaciones sucesivas. Se comienza con una estimación del valor solución, digamos  $x^0$ , y luego se iguala la parte lineal de la aproximación de Taylor a cero para obtener nuevas estimaciones de abscisas que den tangentes al grafo de la función. De ese modo, en la iteración  $n$ -ésima se obtiene  $x^n = x^{n-1} - f(x^{n-1})/f'(x^{n-1})$  y a continuación se debe asegurar la convergencia (los teoremas de Ostrowski y Kantorovich, por ejemplo, dan condiciones suficientes). El *método de “steepest-descent”* está basado sobre la transformación de un sistema de ecuaciones en la suma cuadrática de ellas, para luego proceder a su minimización. Dado que se trata entonces de suma de términos no negativos, lleva a que cada uno sea cero.

---

<sup>22</sup> Ver Kydland y Prescott (1996).

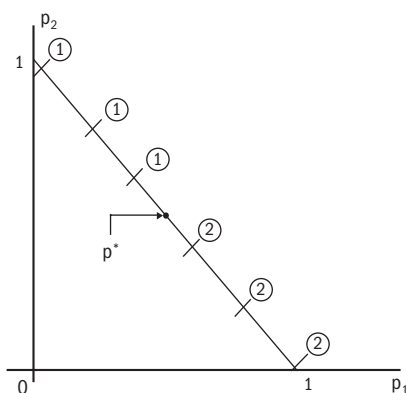
Pero ahora tenemos ejemplos de métodos y algoritmos de diseño específico para resolver problemas económicos.

Dos ejemplos son el método de Scarf y la complementariedad mixta.

### El algoritmo de Scarf

El conocido método de punto fijo de Scarf (basado sobre el lema de Sperner) da una forma de aproximación de la solución por medio de un algoritmo de triangulación, el método se puede apreciar en la figura 5.1.

Figura 5-1: El Algoritmo de Scarf



Sobre un conjunto llamado “simplex” (aquí la línea que une los puntos indicados por 1) se establece una triangulación (aquí una participación en cinco segmentos de esa línea). Cada vértice del segmento es etiquetado según el subíndice del bien que tenga exceso de demanda a esos precios. Por ejemplo, cuando el precio del bien es uno, el precio del bien 2 es cero, y es de esperar que haya exceso de demanda por sobre la oferta para ese bien.

Por eso la etiqueta dice “2”. En los extremos del simplex dibujado, bajo deseabilidad de las mercancías, es el del bien para el que el precio es cero, por ejemplo es el dos sobre abscisas. El algoritmo lleva a la convergencia porque establece dos reglas: 1) si se está en un vértice que tiene otro vértice próximo del segmento con igual etiqueta hay que moverse hacia él, y 2) no se puede volver atrás. El equilibrio indicado como  $p^*$  se halla finalmente en un segmento con vértices de distinta etiqueta (en la figura 5.1 en el (1,2)). Véase Shoven y Whalley (1992) para esta explicación didáctica.

Por otro lado, el avance tecnológico en el campo de la computación permitió que estos complicados algoritmos pudieran ser programados y, consecuentemente, que actualmente sea factible su cálculo por medio de computadoras a velocidades cada vez más grandes. Los lenguajes de programación de uso más habitual, el MPSGE y el GAMS, para este tipo de modelos se comenzaron a desarrollar en la década del setenta, tuvo mucha importancia el enfoque de “complementariedad mixta” introducido por L Mathiesen. Adicionalmente, como este cambio tecnológico hizo posible la difusión del uso de computadoras en gran escala, el campo de investigación se abrió a gran número de científicos aplicados. Cabe notar que el MEGC de la Argentina 2003 está desarrollado en ambos lenguajes.

Sin embargo, Dixon y Parmenter (1996) y Robinson (2003) sostienen que el algoritmo de Scarf nunca fue muy operativo, y que en los hechos, lo que se usó siempre fueron algoritmos de Newton-Raphson y Euler. Distinguen otros dos tipos de cómputos para el equilibrio general:

- El “enfoque de programación” que nace del trabajo de Negishi<sup>23</sup> (1960) y es desarrollado luego por Dixon, Ginsburgh y Waelbroeck, y continuado en el método de Rutherford,
- el “método de derivación”, sobre la base de Johansen y Euler.<sup>24</sup>

Existen entonces una variedad de métodos que han ido agregándose a los tradicionales de optimización: el método de complementariedades (Lemke (1980)), el de homotopía y los métodos globales de Newton, seguidos luego por los algoritmos de desigualdades variacionales –Nagurney (1999).

Un caso interesante –y más reciente que el algoritmo de Scarf– de complementariedad para el cómputo del equilibrio general es el del MPSGE (Mathematical Programming System for General Equilibrium), que está basado sobre un trabajo de Mathiesen (1985). Mathiesen demostró que un EGC puede ser representado como un MCP (Mixed Complementary Problem): un problema en el que

---

<sup>23</sup> Un equilibrio competitivo puede ser representado usando un óptimo de bienestar, con ponderadores no cero para el bienestar de los agentes, tales que ellos respeten sus restricciones presupuestarias (es decir, se da una prueba de existencia de dichos ponderadores) –véase por ejemplo Ginsburgh y Keyzer (1997) para una discusión y Luenberger y Maxfield (1995) para una discusión general de la aproximación de maximización al cómputo.

<sup>24</sup> Dixon y Parmenter sostienen que este método supera a los otros (Scarf y programación) porque toma en cuenta las condiciones iniciales.

se busca la solución de un sistema que incluye condiciones de igualdad y de desigualdad, con variables duales asociadas. Luego, Tom Rutherford, de la Universidad de Colorado, desarrolló en 1987 el MPSGE<sup>25</sup> a partir de esa estructura. Las desigualdades a satisfacer incluyen condiciones de beneficio cero, de equilibrio de mercado y de presupuesto. Las variables no negativas asociadas son las cantidades, los precios y los niveles de ingreso. El MPSGE está adaptado actualmente para funcionar en un entorno de GAMS, como un subsistema que usa un algoritmo específico, llamado MILES para hallar una solución. El corolario para nosotros es que para que el modelo de equilibrio general pueda ser simulado en el ambiente del MPSGE debe ser presentado en forma walrasiana.<sup>26</sup>

### El MPSGE y el GAMS

Según Judd (1999), la literatura de equilibrio general computado es la más madura de las áreas de la economía computacional. El MPSGE es una estructura de tipo walrasiano que se autocalibra. Esto tiene la ventaja de reducir el costo de programación de la calibración cada vez que se desea modificar un poco el modelo, cosa que sí es necesaria si se trabaja con GAMS. Pero tiene la desventaja de poner límites a la forma estructural del modelo por el corsé del modelo de Walras. El GAMS es un programa de optimización, que se puede adaptar para maximizar una función objetivo neutral sujeta a las ecuaciones constitutivas del modelo de equilibrio general; sin embargo, no todas las estructuras walrasianas o de equilibrio general pueden ser reducidas a modelos de optimización.

El enfoque de complementariedad permite abordar estos casos (por ejemplo, los salarios mínimos) Se puede trabajar simultáneamente con ambos, aprovechando entonces las ventajas de uno y otro; tal es la estrategia seguida en el modelo que aquí presentamos. Cada programa contiene una serie de algoritmos ya programados, como el PATH o el MINOS, que son convocados en una de las líneas de programación para encontrar la solución.

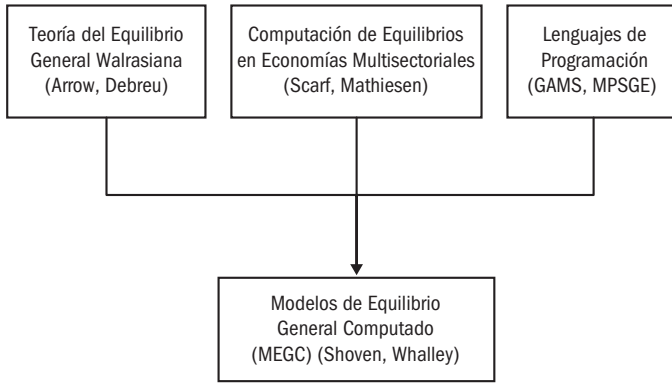
El método de Mathiesen consiste en una secuencia de aproximaciones lineales (a partir de una expansión de Taylor) en un punto inicial, aplicar el algoritmo

---

<sup>25</sup> Véase Rutherford (1987) para una reseña de las capacidades del MPSGE a partir del SLCP construido por Mathiesen, y de sus propiedades de convergencia.

<sup>26</sup> Algunos artificios permiten adaptar modelos, contaminados con hipótesis poco ortodoxas, a la estructura tradicional. Uno de ellos es la interpretación de “*mark-ups*” como impuestos; de esa manera es posible considerar comportamientos no competitivos.

Figura 5-2: Componentes teóricos y tecnológicos de los MEGC



de Lemke al problema de complementariedad lineal para hallar una solución nueva, y volver a comenzar.

Esta metodología aparece ahora como un caso de los métodos basados sobre desigualdades variacionales aplicadas.<sup>27</sup> Un problema de la desigualdad variacional finito puede escribirse como sigue (Nagurney (1999)): *Determinar el vector  $x^*$  en  $K$  incluido en  $R^n$  tal que  $(F(x^*))^T, x - x^* \geq 0$ , para todo  $x$  en  $K$ , donde  $F$  es una función continua dada que va de  $K$  a  $R^n$ , y  $K$  es un conjunto cerrado y convexo.* Y la formulación del equilibrio walrasiano como Problema de Desigualdad Variacional es entonces: *Un vector de precios  $p^*$  en el interior de un simplex es un equilibrio Walrasiano si y sólo si satisface la desigualdad variacional  $(E(p^*), p - p^*) \leq 0$ , para todo  $p$  en el simplex.*

Este procedimiento ha sido usado también con éxito para obtener equilibrios de Nash en juegos. Las dificultades para hallar esas soluciones aparecen en general cuando se trata de juegos con más de dos agentes, y se trata de encontrar todos

---

<sup>27</sup> El Esquema General Iterativo (incluye otros como casos particulares) en el métodos de desigualdades variacionales es el siguiente. Supongamos que existe una función suave  $g(x,y): K \times K \rightarrow R^n$ , con la propiedad  $g(x,x) = F(x)$ , para todo  $x$  en  $K$ , y que para todo par  $(x,y)$  en  $K$ , la matriz  $\text{grad}_x g(x,y)$  es simétrica y definida positiva. Cualquier función con esas propiedades genera el siguiente algoritmo: “Paso 0: Comience con  $x^0$  en  $K$  y fije  $k = 1$ . Paso 1: Compute  $x^k$  resolviendo el subproblema  $(g(x^k, x^{k-1}))^T, x - x^k \geq 0$  para todo  $x$  en  $K$ . Paso 2: Si  $|x^k - x^{k-1}| \leq \epsilon$ , para algún  $\epsilon > 0$ , deténgase; en caso contrario, tome  $k = k + 1$ , y vuelva al Paso 1. La aproximación en paralelo se justifica entonces partir de teoremas de descomposición de algoritmos como el que sigue (ibidem): *Un vector  $x^*$  en  $K$ , resuelve el problema variacional (donde  $K$  es el producto cartesiano de  $K_i$  individuales) si y sólo si  $(F_i(x^*))^T, x_i - x_i^* \geq 0$ , para todo  $x_i$  en  $K_i$ ”.*

los equilibrios, para luego proceder a su refinación (para un resumen, puede verse McKelvey y McLennan (1996)).

Los lenguajes utilizados habitualmente en economía se han hecho más sencillos y abarcan mayor variedad de aplicaciones. Varios son cada vez más amigables y confiables, de modo que no es necesario pasar muchas horas programando algoritmos (vienen incluidas varias opciones para el usuario), controlando que las líneas de programa estén bien escritas, o que los datos sean fácilmente accesibles desde el programa de cómputo y las salidas sean de interpretación sencilla.

Un ejemplo de un programa maleable y de múltiples aplicaciones (en problemas de optimización o de solución de sistemas) es el GAMS desarrollado por el Banco Mundial en la década de los setentas –véase Brooke, Kendrick y Meeraus (1992) y el resumen de Zenios (1996). El GAMS es especialmente apropiado para resolver modelos grandes de programación lineal y no lineal y de equilibrio general computado (como se menciona arriba, a veces combinado con el MPSGE). Dentro del GAMS pueden encontrarse programas de solución basados sobre la programación no lineal (como el MINOS y el CONOPT) y los programas de complementariedad mixta (como el MILES y el PATH).

La economía computacional ha sido usada en muchas aplicaciones sectoriales, y el GAMS parece llevar la delantera sobre otros *softwares* en ese campo. Cabe destacar los casos de sectores de energía y de agricultura (en este último caso, véase el resumen de Tongeren et al., 2001).

Siguiendo la observación de Mercado et al (2006) se puede sostener que hay tres “lenguajes de modelización” de alto nivel, que todo economista debería conocer: Mathematica, Matlab y GAMS.

Mientras que el GAMS está orientado al trabajo con conjuntos, el Mathematica responde al paradigma de la simbología usada en matemáticas, y el MATLAB (orientado al trabajo con vectores y matrices) es especialmente aplicable a los casos de programación dinámica, algoritmos genéticos y modelos basados en agentes.

## 6. Las críticas

La transparencia no es una propiedad intrínseca de los métodos computacionales. El aumento de tamaño de los modelos, la facilidad con que se incorporan supuestos alternativos, y la adaptación de los datos para ser leídos por los programas, crean un marco en el que quienes leen los resultados presentan asimetrías de información.

A modo de ejemplo, las aplicaciones de los modelos de equilibrio general computado al estudio de ganancias y pérdidas de las liberalizaciones del comercio



internacionales, han sido criticados fuertemente. Por ejemplo, Panagariya y Dutta-gupta sostienen que el resultado positivo para el país que otorga tratamiento preferencial a un socio es muy cuestionable desde el punto de vista de los estudios de los teóricos del comercio internacional, y que se debe a una combinación de supuestos poco plausibles e inconsistentes, con valores de parámetros elegidos *ad hoc*.

Este tipo de objeción no favorece el avance del uso de métodos computacionales. En su defensa ¿no se podría decir lo mismo de cualquier intento de cuantificación? De hecho tener los métodos computacionales acelera la disponibilidad de resultados y simulaciones alternativas. Además, como sostiene Whalley (2004), el intento de construir un modelo de equilibrio general computado es en sí mismo valioso, por la necesidad de obtener la información con una finalidad específica, y por el trabajo de su elaboración y consistencia.

Y ¿cuál es la alternativa consistente? Inclusive la calibración ha sido criticada por contener elementos subjetivos. Hay que definir cuáles son los valores de elasticidad aceptables, qué coeficientes de insumo producto tomar de qué período y así siguiendo.

En realidad, parece que el problema radica más bien en la difusión “a medias” de los métodos computacionales, y que en realidad hace falta más profundización. La formación (espontánea hasta cierto punto) de redes de investigadores que usan la misma metodología favorece la transparencia, además de bajar los costos académicos gracias a la estandarización de procedimientos y las ventajas de compartir datos. Puede permitir una discusión abierta y la comparación de supuestos y de valores de parámetros.

Uno de los programas más usados, y cuya génesis se asocia al interés de hacer estudios sobre una plataforma común, es el GAMS (la biblioteca del GAMS, llamada GAMSLIB contiene muchas aplicaciones. En términos generales, se trata de casos que incluyen muchos bienes, muchas localizaciones, posibilidades de sustitución y economías de escala. Esos son estudios de tipo parcial, que dejan de lado los efectos de los sistemas de precio y las escalas de actividad sobre el ingreso de los agentes -Kendrick (1996) presenta una síntesis. El uso de una plataforma de “club” también ha sido particularmente notorio en el caso del GTAP y de algunos modelos de comercio agrícola internacional, como el PEATSIM o el IMPACT, o los modelos desarrollados por el IFPRI.<sup>28</sup>

---

<sup>28</sup> Vale la pena citar aquí la “Ley de Metcalfe” de amplia aplicación al caso de la computación y que dice que el valor de una red de N usuarios es proporcional a  $N(N-1)$ . Aunque el enunciado no se refiere a los programas o bases de datos comunes, podemos conjeturar una extrapolación.

Hay críticas teóricas al uso de algunos de los métodos computacionales. En este sentido, una de las objeciones conocidas a los modelos de Equilibrio General Computado es la de Velupillai. Buena parte de los MEGC representan la estructura teórica del equilibrio general walrasiano en un lenguaje de computación, utilizando como información sobre los diversos mercados a los datos de la economía real de un determinado país o grupo de países, y aprovechando algún algoritmo matemático para la búsqueda del equilibrio ante, por ejemplo, cambios pautados en la política económica. Velupillai parte de la equivalencia entre el equilibrio económico y el teorema de Brouwer, completada gracias al teorema de Uzawa, y objeta la posibilidad de obtener una prueba general constructiva de éste, llevando entonces a objetar la posibilidad de hacer un cálculo del equilibrio (véanse Velupillai, 2005, 2007 y Tanaka, 2008).

Pero no toda la economía computacional son los modelos de equilibrio general computado; algunos autores (véase la síntesis de Lehtinen y Kuorikoski, 2007) sugieren separar en campos diferentes el cómputo de soluciones cuya existencia es posible demostrar (como ocurre en el caso de los equilibrios de mercado), de aquellos casos en los que se simula comportamiento dinámicos o de auto-organización, como pasa en el caso de los modelos basados en agentes. Esos modelos serían así particularmente adecuados para tratar los temas de finanzas, porque en ellos los agentes usan el razonamiento inductivo para actualizar sus estrategias según su efectividad pasada. Y ya dijimos que los métodos computacionales en econometría y finanzas están fuera del alcance de este volumen. Seguramente serán tratados por la AAEP en algún libro futuro.

## 7. Los capítulos de este volumen

En el capítulo que sigue a esta introducción, Carlos Romero entiende por Calibración, no sólo la determinación de parámetros para replicar un *benchmark* de la economía, como es lo habitual, sino todo el proceso de construcción del modelo de equilibrio general, especialmente el tratamiento de los datos, incluyendo también la validación (reproducción aproximada de un episodio histórico). El procedimiento de trabajo habitual incluye una primera solución del modelo destinada a “calibrarlo”, es decir, a obtener valores faltantes de parámetros (e.g. de escala en funciones CES) tomando las observaciones reales como datos firmes. A diferencia del método usual en econometría, en EGC no se pone a prueba un modelo o teoría: se lo toma como verdadero, e inicialmente se ajustan los parámetros libres para que reproduzcan una situación base (o “benchmark”). Para las simulaciones

posteriores (“counterfactual exercises”), aquellas incógnitas despejadas en la primera vuelta sí son consideradas datos del modelo. Dos programas básicos de computación son especialmente útiles: el GAMS y el MPSGE. Los dos –juntos o separados– son empleados con éxito para resolver diversos problemas de economía computacional. El GAMS (General Algebraic Modeling System), desarrollado por Brooke, Kendrick y Meeraus (1992), se aplica a la solución de problemas de optimización, de modo que su empleo para EGC requiere la formulación del modelo como uno de optimización (en general, se procede a la maximizar una variable irrelevante sujeto a una serie de restricciones de igualdad: los excesos de demanda de mercado). Considera estos modelos dentro de la perspectiva de los trabajos de Harberger, Scarf, Shoven y Whalley, y en el marco de modelos estáticos (pero que admiten la posibilidad de incluir bonos). En ellos, los precios no son fijos como en el modelo de insumo-producto, sino que responden a la necesidad de hacer cero todas las demandas excedentes. Señala que debe partirse de matrices de contabilidad social (SAM) que representan los flujos (transacciones) de la economía en un año dado. Reseña los métodos RAS y de Entropía para conseguir una estimación de los datos saltantes. En este caso, muestra cómo armar un programa en GAMS para calcularlos. Luego se refiere al programa MPSGE (en entorno GAMS) y sus propiedades y usos para tratar los MEGC. A continuación, presenta simulaciones con el modelo de Harberger (de impuestos a las ganancias de las empresas) y el modelo ARG04 de análisis de la economía argentina para 2004 (véase Chisari et al., 2009).

Martín Cicowicz, en el tercer capítulo, señala que los modelos de interacción entre equilibrio general computado y microsimulaciones se realiza frecuentemente para abordar temas de distribución del ingreso y de comercio internacional, y que ha habido en los últimos años un aumento de las aplicaciones debido al incremento de análisis de pobreza y desigualdad. También indica que se ha observado un aumento en la disponibilidad de datos y una mejora en la velocidad de cómputo, además que los métodos preprogramados reducen el costo de programar algoritmos de solución. Señala que los modelos de microsimulación se ocupan de estudiar la transferencia de cambios observados en el equilibrio general ha modificaciones en la situación de los individuos. El objetivo es siempre poder dar un número aproximado de los efectos, para tener una apreciación cuantitativa de la relevancia del problema. En los países desarrollados, las aplicaciones se refieren a la política impositiva o a los temas de seguridad social, casi siempre. En los subdesarrollados, se refieren más bien a los ingresos laborales y a la distribución del ingreso. Hay distintas formas de realizar la agregación de los hogares (tema cru-

cial porque puede impactar los resultados). Por un lado, se los puede agrupar según su fuente de ingresos; por otro, elegir hogares de características tales que no cambien con la simulación. En general, la idea es tener una distribución de los agentes según su ingreso. Una solución intermedia es tomar distribuciones ya disponibles, ver cómo se mueve la media, pero sin tocar la dispersión. Esto es para apreciar cómo queda la población contra una referencia, como la línea de pobreza. Cicowicz indica que una forma de clasificar las microsimulaciones es entre aquellas que son “sin comportamiento”, y aquellas “con comportamiento”. A diferencia de las primeras, en las segundas se admite el cambio de comportamiento de los agentes (por ejemplo, la oferta de trabajo) con respecto al cambio en los resultados del equilibrio general. Existe entonces una complementariedad entre modelo de equilibrio general y microsimulación, pero la interacción puede tomar distintas formas. En los modelos “*bottom-up*” hay integración. Las familias se particionan todo lo posible, y son tratadas dentro del modelo. Hay un límite a la capacidad de cómputo, y en general, no pueden superarse las 3500 familias. En los modelos “*top-down*” la información va del modelo de equilibrio general hacia la microsimulación, pero no hay devolución. No hay retroalimentación. En los modelos “*top-down-bottom-up*” se cierra el círculo. El modelo de equilibrio general se hace para una única familia. Luego se descompone fuera del modelo en la microsimulación, y como los resultados pueden ser incompatibles, se vuelve a alimentar el modelo de equilibrio general, hasta que se consigue una buena representación.

En el capítulo siguiente, Guillermo Escudé desarrolla un ejemplo de los “Modelos EGDE (Equilibrio General Dinámico y Estocástico)”. Los pone en referencia con la tradición del equilibrio general Walsrasiana, según las contribuciones de Arrow y Debreu entre otros, y en la de la crítica de Lucas, y los trabajos de Kydland, Prescott y Sims. Señala los avances que permiten contemplar inclusive casos de competencia monopolística. Se refiere a las etapas de construcción y calibración, y a su solución usando el programa DYNARE (desarrollado por Juillard, el que a su vez usa una plataforma MATLAB, y que es un programa en desarrollo todavía hoy). Discute también las ideas básicas de la estimación bayesiana de parámetros, el uso del modelo para proyecciones y hace una breve síntesis del modelo ARGEMmy, que el mismo desarrolló sobre el caso argentino. Estos modelos están basados sobre microfundamentos sólidos, e incluyen variables temporales y shocks aleatorios. Sus ecuaciones incluyen habitualmente: 1) condiciones de primer orden de optimización intertemporal, 2) condiciones de equilibrio de mercado, 3) identidades, 4) procesos estocásticos autorregresivos y 5) reglas de

política. Desarrolla un modelo macroeconómico de J. Fernández-Villaverde, y muestra cómo puede ser adaptado para utilizar las soluciones propuestas (entre otros por Blanchard y Kahn). Indica que están siendo muy usados por los Bancos Centrales, y que en general demandan mucho esfuerzo de construcción cuando se intenta trabajar con estructuras muy desagregadas. Escudé considera que la aproximación bayesiana es muy útil para controlar la subjetividad y el hecho de que muchas veces los datos corresponden a series de tiempo cortas (por crisis o cambio estructural) y que debería interpretarse que lo que puede tenerse es un promedio bayesiano de familias de modelos.

En el capítulo final, Daniel Heymann, Enrique Kawamura, Roberto Perazzo y Martín Zimmermann (2009) se ocupan de los modelos basados en múltiples agentes. Los modelos de Agentes Múltiples son formas de representar sistemas económicos no estándar, en los sistemas sociales<sup>29</sup> son complicados por el comportamiento de los agentes individuales, pero más que nada las reglas de su interacción. Señalan que hay páginas de Internet en las que se puede acceder a simulaciones, como las de la profesora Tesfatsion, y una local, [www.elautomataeconomico.com.ar](http://www.elautomataeconomico.com.ar). En estos modelos se explora la aparición de fenómenos emergentes, resultados macro que no son la suma de las conductas micro sencillas. Presentan ejemplos de modelos que representan de manera sencilla efectos de auto-organización. Luego discuten modelos en los que aparecen comportamientos de estado estacionario, a pesar que las acciones individuales no tienden al reposo. Finalmente, miran procesos de intercambio y modelos de organización de mercados. Discuten varios casos y presentan sus resultados computados. Uno, es el modelo de segregación residencial de Schelling; en él se estudia la ubicación geográfica de agentes que desean aproximarse a algunos y alejarse de otros, con diferentes atributos. Otro, el modelo de evolución y co-adaptación de juegos de coordinación, de Brian Arthur, que se pregunta si hay mecanismos de aprendizaje inductivo que lleven a la auto-organización. Se detienen también en el modelo de Axtell (1999), que estudia la posibilidad de generar una distribución de frecuencia (con una ley de potencia) de distintos tamaños de empresas, sobre la base de fuerzas opuestas de economías de escala y oportunismo en equipos. También se refieren a modelos de fijación de precios, para agentes que pueden aprender o no sobre el valor de las elasticidades de demanda, y a resultados de experimentos realizados con estudiantes en el rol de agentes.

---

<sup>29</sup> Terna (1998) hace una exposición del algoritmo SWARM desarrollado en el Santa Fe Institute para considerar dinámicas sociales basadas sobre modelos de agentes múltiples.

## 8. Otros dos libros de interés

Rubén Mercado y sus coautores (ver Amman, Kendrick y Mercado, 2006) ofrecen una introducción general al tema de economía computacional, a partir de su libro *Computational Economics*, editado en 2006 por Princeton University Press. Definen a la economía computacional como un campo científico que se focaliza en la construcción y uso de laboratorios experimentales artificiales, destinados a resolver modelos de economía matemática grandes y engorrosos de resolver (como los de CGE), pequeños pero analíticamente intratables (como los de programación dinámica) y los de formulación matemática aún imposible (los “*agent-based*” models). Hacen una reseña de la historia del campo y de las revistas e instituciones más importantes del área. Parten de lo que consideran los tres paradigmas del software que todo economista debería conocer: el Mathematica, el MATLAB y el GAMS. Y construyen ejemplos de cada caso. Incluyen también referencias a la utilidad de la economía computacional para la enseñanza de la economía. Según su punto de vista, la economía computacional permitiría sustituir el paradigma “clase teórica-examen” por el paradigma “laboratorio-informe-paper”.

George MacCandless es autor del libro *The ABC of RBCs. An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*, de reciente publicación por Harvard University Press. Hace especial hincapié en el tratamiento de los shocks monetarios en economías de agentes que optimizan intertemporalmente, y en las que hay intermediarios financieros (sistema bancario). Señala que dichos modelos son difíciles de resolver, y por ello se usan soluciones numéricas. En su trabajo, sigue la línea y contribuciones de autores como Galí, Woodford, Bernanke, entre otros. Para la solución de los modelos utiliza el método desarrollado por Uhlig (1990). La estrategia es replicar patrones observados de evolución del producto, de la tasa de interés, y otras variables macroeconómicas, con dicho modelo. Las diferencias se encuentran en las observaciones en cuanto a los efectos de la inflación (moderada aumenta el producto, grande lo reduce) sobre el crecimiento de las economías desarrolladas y emergentes. A través de la presencia de los intermediarios financieros, también explica la recurrente observación de inestabilidad de la demanda de dinero. A esto suma el hecho de que las firmas necesitan capital circulante para pagar los salarios. Otro de los parámetros importantes para los resultados de los modelos que identifica son el costo de búsqueda de los consumidores, quienes deben pagar costos mayores si deciden gastar todo el dinero que reciben del gobierno. Así, los efectos sobre el producto resultan ser diferentes según la mayor oferta monetaria entre por el canal de los intermediarios o por el de las familias.

## 9. Comentarios finales

Es verdad que las ciencias usan los métodos computacionales como complementarios naturales del proceso productivo de conocimiento, pero la economía está un poco rezagada.<sup>30</sup> Sin embargo, ha ido definiendo un cuerpo de técnicas académicamente aceptadas y de amplio uso. Prueba del avance en nuestra disciplina es la abundante bibliografía con aplicaciones, en especial los *Handbooks in Computational Economics* (el primero de los cuales es Amman et al. 1996), y la existencia de Laboratorios o Programas de Economía Computacional en universidades de primer nivel internacional.<sup>31</sup> La brecha se ha ido cerrando también en la Argentina, pero todavía hay mucho trabajo por hacer. De hecho, el descenso del precio relativo de los equipos debería estimular más su uso (según la ley de la demanda más tradicional).<sup>32</sup>

## Bibliografía

- Amman, H. M., D. A. Kendrick y R. Mercado (2006). *Computational Economics*, Princeton University Press
- Amman, H. M., D. A. Kendrick y J. Rust (editors) (1996). *Handbook of Computational Economics*, Vol. 1, Elsevier, Amsterdam.
- Anderson, E. W., L. P. Hansen, E. N. McGrattan y T. J. Sargent (1996). "Mechanics of Forming and Estimating Dynamic Linear Models", en Amman et al. (1996).
- Arrow, K y G. Debreu (1954). "Existence of an equilibrium for a Competitive Economy". *Econometrica* 22, pp. 265-90.
- Baldwin, R., R. Forslid, P. Martin, G. Ottaviano y F. R. Nicoud (2003). *Economic Geography and Public Policy*, Princeton University Press.
- Benninga, S. (2008). *Financial Modeling*, The MIT Press, Cambridge, Mass., third edition.
- Brooke, A., D. Kendrick y A. Meeraus (1992). *GAMS A user's guide release 2.25*, Danvers, MA, The Scientific Press, Boyd and Fraser Publishing Company.
- Canova, F. y E. Ortega (1996). "Testing Calibrated General Equilibrium Models", en R. Mariano, T. Schuermann y M. Weeks (editores), *Simulation Based Inference in Econometrics: Methods and Applications*, Cambridge University Press.

---

<sup>30</sup> Según Judd (1996). Para el mismo autor, para poder calcular hay que simplificar excesivamente las teorías (Einstein decía "a model should be as simple as possible, but not simpler"). ¿Se concluye entonces que el objetivo de computabilidad condiciona la formulación de las teorías?

<sup>31</sup> Un ejemplo es el Institute of Computational Economics en la Universidad de Chicago. Se trata de un programa a cargo de J.J. Heckman.

<sup>32</sup> De lado de la oferta, la llamada "ley de Moore" decía en 1965 que el número de componentes se un circuito integrado se duplicaría cada 24 meses. La realidad llevó a que su autor la corrigiera diciendo que eso ocurriría cada 18 meses.

- Chisari, O. O. et al. (2009). *Un Modelo de Equilibrio General Computable para la Argentina*, Buenos Aires, PNUD.
- Dejong, D. N. y C. Dave (2007). *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press.
- Dervis, K., J. de Melo y S. Robinson (1982). *General Equilibrium Models for Development Policy*. New York: Cambridge University Press.
- Dixon, P. B. y B. R. Parmenter (1996). "Computable General Equilibrium Modelling for Policy Analysis and Forecasting", en Amman et al. (1996).
- Fair, R. C. (1996). "Computational Methods for Macroeconomic Models", en Amman, et al. (1996).
- Ferris, M. C. y J. S. Pang (1997). "Engineering and Economic Applications of Complementary Problems", *SIAM Review*, 39:4, December, 669-713.
- Ginsburgh, V. y M. Keyzer (1997). *The Structure of Applied General Equilibrium Models*, The MIT Press.
- Gode, D. K. y S. Sunder (1993). "Allocative Efficiency of Markets with Zero-Intelligence Traders: Markets as a Partial Substitute for Individual Rationality", *Journal of Political Economy*, 101:1, 119-137.
- Golan, A., G. Judge, y D. Miller (1996). *Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data*. Wiley, Chichester.
- Govindan, S. y R. Wilson (2003). "A Global Newton Method to Compute Nash Equilibria", *Journal of Economic Theory*, 110, 65-86.
- Govindan, S. y R. Wilson (2008). "Global Newton Method for Stochastic Games", Research Paper Series, Stanford Graduate School of Business, no. 1985.
- Harberger, A. C. (1962). "The Incidence of the Corporate Income Tax", *Journal of Political Economy*, 70, 215-240.
- Heymann, D., E. Kawamura, R. Perazzo y M. Zimmermann (2009). "Modelos de Múltiples Agentes", en este volumen.
- Judd, K. L. (1996). "Computational Economics and Economic Theory: Substitutes or Complements?", NBER, January.
- Judd, K. L. (1999). *Numerical Methods in Economics*, The MIT Press, Cambridge (Mass.), London.
- Kehoe, P. J. y T. J. Kehoe (1994). "A Primer on Static Applied General Equilibrium Models", Federal Reserve Bank of Minneapolis: Quarterly Review, Spring, Vol.18, No.1.
- Kehoe, T. J., T. N. Srinivasan y J. Whalley (2005). *Frontiers in Applied General Equilibrium Modeling*. In Honor of Herbert Scarf, Cambridge University Press.
- Kendrick, D. (1993). "Research Opportunities in Computational Economics", NSF.
- Kendrick, D. (1996). "Sectoral Economics", en Amman et al (1996).
- Kirman, A. P. (1992). "Whom and What Does the Representative Individual Represent?", *Journal of Economic Perspectives*, 6:2, Spring, 117-136.
- Kydland, F. E. y E. C. Prescott (1996). "The Computational Experiment: An Econometric Tool", *Journal of Economic Perspectives*, 10:1, Winter, 69-85.
- Lehtinen, A. y J. Kuorikoski (2007). "Computing the Perfect Model: Why Economists Shun Simulation?", *Philosophy of Science*, July, 74:3, 304-329.
- Luenberger, D. G. y R. R. Maxfield (1995). "Computing Economic Equilibria Using Benefits and Surplus Functions", *Computational Economics*, 8:47-64.
- Magill, M. (1977). "A Local Analysis of N-Sector Capital Accumulation under Uncertainty", *Journal of Economic Theory*, 15:211-218.
- Mantel, R. (1968). "Toward a Constructive Proof of the Existence of Equilibrium in a Competitive Economy". *Yale Economic Essays* 8, pp. 155-196.
- MacCandless, G. (2008). *The ABC of RBCs. An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*, Harvard University Press.



- MacKenzie, D. (2001). "Physics and Finance: S-Terms and Modern Finance as a Topic for Science Studies", *Science, Technology and Human Values*, vol. 26, No. 2, Spring, 125-144.
- Mas-Colell, A. (1991). "On the uniqueness of equilibrium once again", en W.A.Barnett et al., *Equilibrium Theory and Applications*, Cambridge University Press.
- Mathiesen, L. (1985). "Computation of economic equilibria by a sequence of lineal complementarity problems", *Mathematical Programming Study*, 23, Noth-Holland.
- Mathiesen, L. (1985). "Computational Experience in Solving Equilibrium Models by a Sequence of Linear Complementarity Problems". *Operations Research*, 33:6, Nov-Dec., 1225-1250.
- McDougall, R. (1999). "Entropy Theory and RAS are friends". Agricultural Economics. GTAP Working Papers. Disponible en <http://docs.lib.purdue.edu/gtapwp/6>.
- McKelvey, R. D. y A. McLennan (1996). "Computation of Equilibria in Finite Games", en Amman. Mitra-Kahn, B. H. (2008). "Debunking the Myths of Computable General Equilibrium Models", SCE-PA Working Paper 2008-1, March.
- Nagurney, A. (1996). "Parallel Computation", en Amman et al. (1996).
- Nagurney, A. (1999). *Network Economics. A Variational Inequality Approach*. Advances in Computational Economics, Kluwer Academic Publishers.
- Negishi, T. (1960). "Welfare economics and the existence of an equilibrium for a competitive economy", *Metroeconomica* 12, 92-97.
- Ng, T. y M. Wright (2007). "Introducing the MONIAC: an early and innovative economic model", *Reserve Bank of New Zealand: Bulletin*, 70:4, December.
- Panagariya, A. y R. Duttagupta, "The "Gains" form Preferential Trade Liberalization in the CGE Models: Where do they come from?", mimeo.
- Pyatt, G. y J. Round (1985). *Social Accounting Matrices*. Washington DC: The World Bank
- Quirnbach, H. (1993). "R&D: Competition, Risk and Performance", *Rand Journal of Economics*, 24:2, 157-197.
- Robinson, S. (1989). "Multisectoral models". En H.Chenery y T. Srinivasan (eds.). *Handbook of Development Economics Vol. II*
- Robinson, S. (2003). "CGE Models in GAMS: History and Current State of the Art", ppt.
- Robinson, S. (2004). "Macro Models and Multipliers: Leontief, Stone, Keynes, and CGE Models", Department of Economics, School of Social Studies, University of Sussex, November.
- Robinson, S., A. Cattaneo y M. El Said (2001). "Updating and Estimating a Social Accounting Matrix Using Cross Entropy Methods." *Economic Systems Research*, 13:1, pp. 47-64.
- Rubinstein, A. (1986). "Finite Automata Play the Repeated Prisoners' Dilemma", *Journal of Economic Theory*, 39, 83-96.
- Rutherford, T. (1987). "Implementational Issues and Computational Performance Solving Applied General Equilibrium Models with SLCP", Cowles Foundation Discussion Paper No.837, May.
- Rutherford, T. (1988). "General equilibrium modeling with MPS/GE", Department of Economics, University of Western Ontario.
- Rutherford, T. (1999). "Applied General Equilibrium Modeling with MPSGE as a GAMS Subsystem: An Overview of the Modeling Framework and Syntax", *Computational Economics*, 14:1-2.
- Saaty, T. L. y J. Bram (1964). *Nonlinear Mathematics*, McGraw-Hill Book Co., New York.
- Sadoulet, E. y A. De Janvry (1995). *Quantitative Development Policy Analysis*, Johns Hopkins University Press, Baltimore and London.
- Scarf, H. E., con T. Hansen (1973). *The Computation of Economic Equilibria*. New Haven: Yale University Press.
- Scarf, H. E. (1967). "On the Approximation of Fixed Points of a Continuous Mapping", *SIAM Journal of Applied Mathematics* 15, 1328-1343.

- Shoven, J. y J. Whalley (1992). *Applying General equilibrium*. New York: Cambridge University Press
- Solomon, R. (2008). *The Little Book of Mathematical Principles*, Theories and Things, New Holland Publishers, UK.
- Smale, S. (1966). "Structurally stable systems are not dense", *American Journal of Mathematics* 88, 491-496.
- Tanaka, Y. (2008). "Undecidability of Uzawa equivalence theorem and LLOP", *Applied Mathematics and Computation* 201, 378-383.
- Terna, P. (1998). "Simulation Tools for Social Scientists. Building Agent Based Models with SWARM", *Journal of Artificial Structures and Social Simulation*, 1:2.
- The Economist (2006). "Economic models. Big questions and big numbers", July 13th.
- Tongeren, F. Van, H. Van Meijl e Y. Surry (2001). "Global models applied to agricultural and trade policies: a review and assessment", *Agricultural Economics* 26, 149-172.
- Train, K. E. (2007). *Discrete Choice Methods with Simulation*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Varian, H. R., editor (1993). *Economic and Financial Modeling with Mathematica*, Springer/Telos.
- Varian, H. R., editor (1996). *Computational Economics and Finance. Modeling and Analysis with Mathematica*, Springer/Telos.
- Velupillai, K. V. (2005). "The Foundations of Computable General Equilibrium Theory", Università degli Studi di Trento, Dipartimento di Economia, Discussion Paper No.13.
- Velupillai, K. V. (2007). "Variations on a theme of Conning in Mathematical Economics", *Journal of Economic Surveys*, Vol.21, No.31.
- Whalley, J. (2004). "Assessing the Benefits to Developing Countries of Liberalization in Services Trade", *The World Economy*, 27:8.
- Wing, I. S. (2004). "Computable General Equilibrium Models and their Use in Economy Wide Policy Analysis", Technical Note No. 6, September, MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change.
- Zenios, S. A. (1996). "Modeling Languages in Computational Economics: GAMS", en Amman, Kendrick y Rust (editores).



## 2. CALIBRACIÓN DE MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL COMPUTADO: MÉTODOS Y PRÁCTICA USUAL

CARLOS A. ROMERO<sup>1</sup>

*Instituto de Economía - Universidad Argentina de la Empresa*

### 1. Introducción: Calibración de modelos de equilibrio general computado

El análisis de las decisiones de política macro y microeconómicas debe hacerse con consistencia analítica y cuantitativa, rigor intelectual y sentido común, porque tales decisiones afectan el bienestar social, presente y futuro. Por suerte, en la actualidad tenemos más tecnología para fundamentarlas. Parte de ella está incorporada en el capital humano, y parte en el capital físico, como los instrumentos computacionales. No es novedad que el progreso tecnológico ha hecho que el costo de complementar el análisis económico con métodos computacionales sea muy bajo; tampoco lo es que todo hace prever que la tendencia a la reducción de esos costos seguirá en el futuro (Chisari *et. al*, 2009).

El uso de la calibración en economía se origina en la necesidad de utilizar modelos complejos con objetivos de política económica. Para ello, se requiere utilizar como punto de partida modelos teóricamente consistentes pero que son intensivos en el uso de parámetros. Entonces, si tal modelo no puede ser estimado econométricamente y si no hay estimaciones de los parámetros en la literatura es preciso recurrir a otros métodos.<sup>2</sup> El término calibración generalmente indica el uso de procedimientos que implementan este proceso de parametrización (Dawkins, Srinivasan y Whalley, 2001).

---

<sup>1</sup> Agradezco la colaboración de Leonardo Mastronardi, por su asistencia estadística en la elaboración de este capítulo.

<sup>2</sup> "... In the absence of firmly established estimates of key parameters, sensitivity analyses should be routine in real business cycle simulations. Properly used and qualified simulation methods can be an important source of information and an important stimulus to high-quality empirical economic research." (Hansen y Heckman, 1996).

Más precisamente, se puede entender a la Calibración como el proceso mediante el cual se infieren valores de parámetros a partir de datos económicos de un periodo determinado, y que una vez especificados esos valores en un modelo aplicado, se replican endógenamente los datos del periodo base como solución del mismo (Mansur y Whalley, 1984). A esta replicación se la denomina *benchmark*.

Por otra parte, Canova (1994) define calibración como una técnica econométrica en la que los parámetros del modelo son estimados usando un criterio “económico” en lugar de “estadístico”. En este sentido, la literatura habla de un procedimiento no ortodoxo para seleccionar los parámetros de un modelo. Prescott (1986) dice que es una forma de conducir experimentos cuantitativos usando modelos que se sabe son falsos, es decir, aproximaciones simplificadas del proceso verdadero de generación de datos.

Hay dos ejemplos pioneros que corresponde señalar. Primero, Shoven y Whalley (1972) utilizan las ecuaciones del modelo de equilibrio general para encontrar los valores de los parámetros y reproducir la solución de equilibrio a partir de los datos del *benchmark*. Esencialmente, su procedimiento convierte parámetros en variables, utilizando los datos como parámetros exógenos. Segundo, Kydland y Prescott (1982) toman el análisis de Shoven y Whalley y lo extienden usando como marco de referencia equilibrio general estocástico para analizar problemas macroeconómicos (ver trabajo de Guillermo Escudé en este volumen).

De cualquier manera, el término calibración es impreciso ya que no especifica cuál es el tipo de proceso ni tampoco indica cuál es el punto de referencia para calibrar (Dawkins, Srinivasan y Whalley, 2001).

En este contexto, el presente trabajo tiene por objetivo discutir los procedimientos necesarios para construir la base de datos y estimar los parámetros que requiere la implementación de modelos de equilibrio general computado (MEGC). Estos procesos conforman los que se denomina “Calibración,” y son utilizados para inferir valores de parámetros a partir de datos económicos de un periodo determinado, y que una vez especificados esos valores en un modelo aplicado, replican endógenamente los datos del periodo base como solución del mismo (Mansur y Whalley, 1984).

Un MEGC es una representación numérica de las condiciones de equilibrio agregado y en cada uno de los mercados de una economía en la cual intervienen productores y consumidores con comportamientos establecidos mediante funciones de producción y utilidad de los consumidores que dependen de los precios relativos. Representan la estructura teórica del equilibrio general walrasiano en un lenguaje de computación, utilizando como información sobre los diversos merca-

dos a los datos de la economía real, y aprovechando algún algoritmo matemático para la búsqueda del equilibrio ante cambios pautados en la política económica o *shocks* exógenos.

En cuanto a los temas que cubren, los MEGC son utilizados para analizar una gran variedad de políticas. Entre las más comunes se encuentran la política fiscal, la política comercial y las políticas en el campo de la economía de la energía y el medio ambiente. También sirven para simular impactos de *shocks* exógenos, tales como cambios adversos en los términos del intercambio y reducción forzada de crédito externo, y modificaciones en la estructura económica y social, tales como cambio tecnológico, redistribución de activos y formación de capital humano.<sup>3</sup>

Para representar la economía es preciso que la información sea estructurada dentro de un esquema que asegure el cumplimiento de ciertos requisitos de consistencia sectoriales y macroeconómicos. Para ello, es clave construir una matriz de contabilidad social (SAM, por sus siglas en inglés). Una SAM resume las relaciones de todos los agentes que interactúan en la economía, en donde cada cuenta está representada por una fila (ingresos) y por una columna (gastos) y la sumatoria por filas de cada cuenta se iguala a la sumatoria por columna de la misma cuenta, respetando así las restricciones presupuestarias de cada agente.

Con el objetivo de precisar los procesos involucrados en la calibración de modelos de equilibrio general, Bergoing (1998) presenta un proceso que comprende cinco fases:

1. *Formulación del problema (cuantificable) a investigar*. Esto condiciona el tipo de modelo que podría ser utilizado y por lo tanto los requerimientos de información necesarios para buscar la respuesta.
2. *Selección de un tipo de teoría (ya testada)*. Las teorías, pueden ser adecuadas para algunos hechos y no para otros. En particular la teoría del equilibrio general competitivo puede ser modificada para adecuarla a distintos cierres: neoclásico, keynesiano o estructuralista. Lo que es importante no es si el modelo es realista o no, sino si es capaz de proveer una respuesta cuantitativa a una pregunta específica que el investigador plantee.
3. *Elección de formas funcionales y construcción de la base de datos*. Una vez que el investigador ha decidido una modelación particular, debe resolverla para encontrar las asignaciones y precios de equilibrio. De esta manera, se

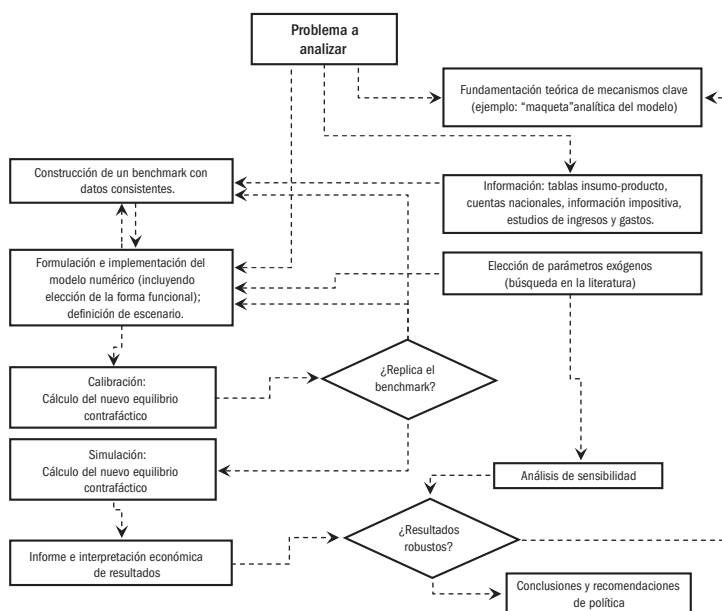
---

<sup>3</sup> Ver Devarajan y Robinson (2005) para una revisión de las principales aplicaciones de los MEGC a cuestiones concretas de política económica.

especifica un conjunto de ecuaciones que generalmente son necesarias y suficientes para la existencia de una solución al problema. Asimismo, esta etapa requiere la construcción de la SAM consistente con el período elegido como *benchmark*.

4. *Parametrización y reproducción de resultados teóricos conocidos.* En general, una pregunta tiene una respuesta conocida desde la teoría, y el modelo debería dar una respuesta aproximadamente correcta a esta pregunta. Hay que elegir una serie de preguntas para chequear en la etapa siguiente. Asimismo, los datos son usados para calibrar una economía modelo de tal forma que reproduzca la economía real tanto como le sea posible.
5. *Realización de los experimentos.* Una vez decididas las formas funcionales de la funciones de producción y preferencias, habiendo asignado los valores a los parámetros y, en el caso de modelos estocásticos, usando la distribución de probabilidades para los *shocks*, se pueden llevar a cabo los experimentos computacionales. Con ellos, se comparan los equilibrios de la *economía modelo* con el comportamiento de la *economía real*.

Figura 1-1: Etapas para calibrar un MEGC



Fuente: elaboración propia, sobre la base de Bergoing (1998).

Las fases 1 y 2 sirven para determinar la formulación del modelo, establecer los requerimientos de información y, posteriormente, testear la robustez de los resultados de las simulaciones. La fase 3 se focaliza en la recolección de información, la construcción de la base de datos y la elección de formas funcionales. Como resultado, en esta etapa se obtiene un *benchmark* consistente. Para ello, es crucial el *feedback* que recibe de la fase 4 (simulaciones). La fase 4 se puede separar en dos componentes. El primero de ellos, la simulación de calibración, requiere replicar el *benchmark* que en caso de hacerlo correctamente significa la aprobación de la fase 3 y pasar al segundo componente de esta fase: las simulaciones de *shocks* y/o políticas económicas. Por último, en la fase 5, se interpretan los resultados, cuya robustez debe ser chequeada cualitativamente con los resultados teóricos y cuantitativamente a través del análisis de sensibilidad a cambios de valores de los parámetros claves. La Figura 1-1 muestra un diagrama con el habitual procedimiento de calibración de un MEGC, basado en estas cinco etapas.

Para la parametrización de un modelo de equilibrio general computado, los valores de algunos de los parámetros son exógenos, mientras que otros (los parámetros calibrados) son endógenamente determinados para reproducir los datos del *benchmark* como un equilibrio del modelo. Los parámetros exógenamente especificados son típicamente elasticidades de sustitución.

Los modelos calibrados han sido largamente utilizados en otras disciplinas resultando en un juego interactivo entre los desarrollos teóricos y los intentos para evaluar si las nuevas estructuras teóricas sirven para representar las observaciones reales a través de la aplicación de las mejores asignaciones de los valores de los parámetros a las estructuras teóricas (Dawkins, Srinivasan y Whalley, 2001). En los MEGC frecuentemente se calibran los modelos a una única observación. Sin embargo, los datos básicos raramente satisfacen las condiciones de equilibrio del modelo y por lo tanto hace falta la utilización de mecanismos de ajuste adicionales (Round, 2003).

El proceso de calibración ha recibido críticas, primordialmente basadas en la fragilidad de sus fundamentos estadísticos (McKittrick, 1998). Sin embargo, los intentos de brindar una alternativa a través de modelos econométricos no han resultado exitosas debido a, entre otros aspectos, a la dificultad de imponer todas las condiciones del modelo de equilibrio general y al reducido alcance sectorial de los mismos (McKittrick, 1998 y Jorgenson, 1984).<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> Más aun, cuando una economía ha experimentado un cambio estructural y la econometría no cuenta con los elementos necesarios para obtener estimaciones de los parámetros, la calibración surge como una alternativa.



Este trabajo está organizado de la siguiente manera. Luego de la presente introducción, donde se discute el alcance del concepto de calibración y presenta los procesos necesarios para calibrar un MEGC, la segunda sección describe los elementos fundamentales de los MEGC. La tercera sección introduce las características de la SAM, detalla el armado de la misma y especifica los mecanismos de ajuste de la información, prestando especial atención a la metodología de entropía cruzada. La sección cuarta está dirigida a presentar los procedimientos finales de calibración de los parámetros y la exploración computacional. En la sección V se presentan a modo de ejemplo los resultados de algunas simulaciones utilizando un MEGC simplificado de la economía argentina de 2006. Por último se concluye.

## 2. Modelos de Equilibrio General Computado

En los años sesenta se comenzó a gestar una nueva visión de la teoría macroeconómica que en su momento fue reconocida como la “nueva macroeconomía (NM)”. La NM sugería que la teoría macroeconómica debería ser construida a partir de modelos de comportamiento de cada uno de los agentes, y criticaba el estudio de modelos *ad hoc* de los grandes agregados, que sólo explicaban parcialmente el funcionamiento de algunas variables económicas fundamentales como por ejemplo el consumo y la inversión. Esta visión rápidamente ganó adeptos y se transformó en el paradigma predominante.

Sin embargo, el paso de la teoría a la práctica raramente se produce en forma instantánea. En el caso de la NM, al principio no existía el herramental que permitiera la cuantificación de los modelos. Inclusive, Mankiw (1988) menciona que una vez desarrollada la tecnología todavía muchos macroeconomistas aplicados no la utilizaban simplemente por estar desactualizados.<sup>5</sup>

La “teoría del equilibrio general (TEG)”, formalizada en los años cincuenta por Arrow y Debreu (1954), resultó de vital importancia para los objetivos de la NM debido a que constituía un puente entre la macroeconomía y la microecono-

---

<sup>5</sup> “In contrast to this major change in the way macroeconomists view their field of study, macroeconomists in business and government have not substantially changed the way they analyze the economy. They continue to use the large-scale macroeconometric models for forecasting and policy analysis. The theoretical developments of the past fifteen years have had relatively little impact on applied macroeconomics. Why is there such a great disparity between academic macroeconomics and applied macroeconomics? The view of many academics is that applied macroeconomists have simply fallen behind the state of the art, that they continue to use obsolete models simply because they have not kept up with the quickly advancing field” (Mankiw, 1988).

mía. Esta teoría establece las condiciones de equilibrio en economías multimerca-  
do, utilizando instrumentos de la microeconomía para analizar el comportamien-  
to de la totalidad de la economía. En otras palabras, la TEG se ocupa de analizar  
las interrelaciones entre los mercados de bienes y servicios (como en la macroe-  
conomía) a través de agentes económicos que toman sus propias decisiones (como  
en la microeconomía).

Más precisamente, la TEG suele considerar una economía con  $n$  bienes que pue-  
den ser utilizados tanto para consumo como para producir otros bienes. Cada bien  
posee su respectivo mercado y precio. En la economía además existen consumi-  
dores con dotaciones iniciales de bienes y factores. Se suelen hacer varios supues-  
tos con respecto a los patrones de demanda de los consumidores y a las posibili-  
dades de producción de la economía. En primer lugar, se asume la existencia de  
las funciones de demanda de mercado que resultan de la agregación de las deman-  
das individuales. Se supone además que estas demandas de mercado son no negati-  
vas, continuas, y homogéneas de grado cero en precios e ingresos, es decir sólo  
dependen de precios relativos. Por último, se supone que los agentes de cuyo  
comportamiento se derivan las demandas respetan sus respectivas restricciones pre-  
supuestarias cumpliéndose así con la ley de Walras.

En cuanto a producción se refiere, se supone que existe un conjunto de técni-  
cas por las cuales los bienes pueden transformarse en otros bienes. Se asume que  
cualquier actividad productiva puede ser operada en cualquier nivel no negativo de  
intensidad (divisibilidad). Adicionalmente se suele suponer homogeneidad lineal  
en la producción, de tal manera que los rendimientos sean constantes a escala y  
que las actividades estén “acotadas”, es decir, que dados unos recursos productivos  
fijos no es posible producir infinitas cantidades de un determinado bien.

El equilibrio general competitivo en una economía bajo los supuestos anteriores  
se suele caracterizar como un estado descrito por un conjunto de precios relativos  
y cantidades que cumplen con dos características: oferta igual a demanda para todos  
los bienes, e inexistencia de actividades que produzcan beneficios positivos.<sup>6</sup>

En resumen, la relevancia de la teoría microeconómica y la teoría del equili-  
brio general para realizar análisis de política económica ha aumentado fuertemen-  
te en las últimas décadas. Al mismo tiempo se produjo un divorcio entre la teoría  
y la aplicación práctica que comenzó a ejercer presión, y generar estímulos, para  
que los investigadores de economía aplicada desarrollaran este nuevo campo de

---

<sup>6</sup> Esta caracterización del Equilibrio General fue tomada de Piggott y Whalley (1981). Para una carac-  
terización más extensa y detallada ver Ginsburgh y Keyzer (1997) y Quirk y Saposnik (1972).

conocimiento. Para lograr reducir esta brecha era primordial la creación de herramientas de estimación concordantes con la NM.<sup>7</sup> Se produjeron básicamente dos hechos que confluyeron para desarrollar un nuevo instrumento de análisis económico.

Por un lado, desde la investigación en el campo de la economía matemática, se evolucionó de la demostración de “existencia” de equilibrios, es decir sólo demostrar que para determinado modelo económico se puede encontrar al menos un equilibrio, hacia la búsqueda explícita del equilibrio, o sea su determinación a través del cálculo numérico. En este campo la figura sobresaliente fue Herbert Scarf<sup>8</sup> que desarrolló “algoritmos matemáticos” para encontrar el o los equilibrios de una economía multisectorial (Scarf, 1973). Una consecuencia fundamental del trabajo de Scarf fue la de establecer una conexión entre la TEG y la investigación aplicada.

Por otro lado, el avance tecnológico en el campo de la computación permitió que estos complicados algoritmos pudieran ser programados y, consecuentemente, que fuera factible su cálculo por medio de ordenadores. Los lenguajes de programación de uso más habitual (MPSGE y GAMS<sup>9</sup>) para este tipo de modelos se comenzaron a desarrollar en la década del setenta. Adicionalmente, como el avance tecnológico hizo posible la difusión del uso de computadoras en gran escala, el campo de investigación se abrió a gran número de científicos aplicados.

Sin embargo, todavía faltaba que todos estos elementos se unieran para lograr el objetivo propuesto. Dos discípulos del Profesor Scarf: John Whalley y John Shoven,<sup>10</sup> fueron los pioneros en la construcción de lo que luego se denominó como “modelos de equilibrio general computado (MEGC)”.

Un MEGC es una representación numérica de las condiciones de equilibrio agregado y en cada uno de los mercados de una economía en la cual intervienen productores y consumidores (debe tenerse en cuenta que la definición amplia de consumidores y productores incluye al gobierno y a los agentes que representan al sector externo) con comportamientos establecidos mediante funciones de producción y utilidad de los consumidores que dependen de los precios relativos.

---

<sup>7</sup> Johannsen (1960) y Harberger (1962) fueron pioneros en la aplicación numérica de equilibrio general.

<sup>8</sup> Es importante mencionar que Rolf Mantel, un reconocido investigador argentino, también incurrió en este campo en el ámbito de la Universidad de Yale. (ver Mantel, 1968).

<sup>9</sup> MPSGE se puede utilizar en la plataforma de GAMS (Rutherford, 1999). Las características del lenguaje GAMS puede consultarse en Brooke, Kendrick y Meeraus (2002).

<sup>10</sup> Shoven y Whalley (1972).

Para comprender mejor el poder explicativo de los MEGC es conveniente comentar algunos de los aspectos más importantes de los mismos. Los MEGC son modelos multisectoriales construidos con criterios microeconómicos, consistentes desde el punto de vista macroeconómico, que permiten captar y medir los efectos directos e indirectos de distintas alternativas de política económica o de cambios en el comportamiento de los agentes económicos, ya sea del lado de la oferta como de la demanda. En el Recuadro 2-1, se presenta un resumen de las principales características de los MEGC.

---

**Recuadro 2-1: Características básicas de los Modelos de Equilibrio General Computado (MEGC)**

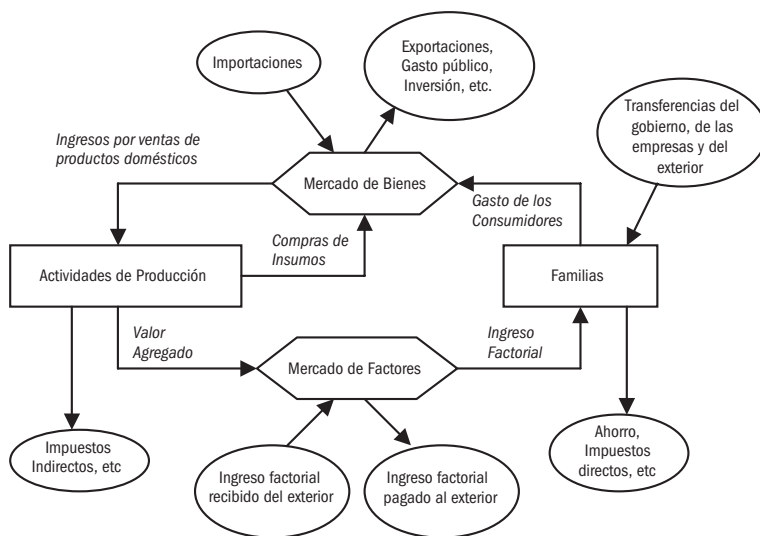
---

- Están construidos sobre sólidas bases microeconómicas, ya que es preciso determinar las reglas de comportamiento de los agentes (consumidores, productores, gobierno). Estas funciones pueden ser “no-lineales”, lo que representa una ventaja con respecto a los modelos de “precios fijos,” (el ejemplo más representativo de este tipo de modelos es el “modelo abierto de Leontief.”)
  - Tienen en cuenta las interrelaciones entre todas las variables consideradas, lo cual permite captar sus efectos directos e indirectos, superando así los enfoques de equilibrio parcial, que consideran sólo el mercado relevante del sector analizado.
  - Aseguran la consistencia interna entre todas las variables, tomando en cuenta los equilibrios macroeconómicos, los equilibrios sectoriales de oferta y demanda y los equilibrios institucionales de fuentes y usos de fondos.
  - Proveen soluciones numéricas, y no meramente la dirección del cambio en las variables endógenas, como los que se obtienen en los estudios de estática comparada.
  - Permiten realizar cambios realistas en las políticas. Se pueden simular “paquetes” de medidas ya que es posible efectuar cambios de manera simultánea, y no es necesario evaluar cada shock o medida de política por separado
- 

Para ello, en cualquier MEGC debe estar representado el flujo circular de la economía. La Figura 2-1 muestra un diagrama con una versión simple para una economía abierta.

Los productores y consumidores realizan transacciones en los mercados de bienes y factores. Por ejemplo, del lado de la producción se realizan las compras de insumos y se reciben los ingresos provenientes por ventas de productos domésticos, internas y al exterior; asimismo se realizan los pagos de impuestos y se remunera a los factores productivos, que será parte importante del ingreso de las familias.

Figura 2-1: Flujo circular de una economía abierta



Fuente: Elaboración propia.

Los impuestos indirectos y otros, son recaudados por el gobierno que participa a su vez en los mercados de bienes y de factores, como demandante. El resto del mundo es un agente más, con sus propios objetivos de optimización; participa en el mercado de bienes como comprador de exportaciones y vendedor de importaciones, y en los mercados de factores, a través de la remuneración a los factores de propiedad extranjera.

Asimismo, debido a que los MEGC proveen soluciones para todas las variables endógenas, permiten análisis muchos más detallados que otros modelos y, por lo tanto, pueden ser usados para describir la economía a un nivel más desagregado, esto es, incorporar gran cantidad de sectores y mercados.

Cada Agente del modelo (familias, empresas, gobierno y resto del mundo) alimenta al sistema de equilibrio general con sus *Funciones de Comportamiento*. Cada función de comportamiento, aquí entendida como de demanda o de oferta, indica la acción deseada por cada agente (compra o venta) a los precios que le informan los mercados.

Los MEGC, en su versión más simple, son representaciones numéricas de los modelos de dos factores y dos bienes tradicionales popularizados entre otros por Harberger en los 60's para analizar los efectos distorsivos estáticos de los

impuestos, tarifas y otras medidas de política.<sup>11</sup> El valor agregado que proporcionan los MEGC es la relativa facilidad de la simulación numérica; lo que hace innecesario trabajar con modelos de pequeñas dimensiones. Esto último permite incorporar detalles y complejizar los modelos básicos. Markusen (2002) sigue este criterio para introducir los modelos en lenguaje GAMS/MPSGE.

A partir de una estructura estadística básica los MEGC pueden desarrollar diferentes modelos que contemplen distintas necesidades de estudio. A continuación se explicitan algunas posibilidades.<sup>12</sup>

En términos de factores de producción, los MEGC más simples distinguen únicamente entre capital y trabajo, los cuales supone dados en magnitudes fijas. Las posibilidades de refinamiento en el tratamiento de los factores incluyen una mayor subdivisión en entre factores con posibilidad de movilidad entre sí (por ejemplo trabajo rural y urbano)<sup>13</sup> y ofertas endógenas de factores en respuesta a remuneraciones.

En cuanto a la desagregación sectorial hay posibilidades muy diversas. Los sectores pueden separarse según los bienes que se producen o según los mercados para los cuales se producen, lo cual es de utilidad cuando se enfrentan condiciones de mercado diferentes. También es posible descomponer los sectores en sus etapas de producción, por ejemplo la combinación de insumos puede separarse de la combinación de factores a fin de utilizar funciones de producción diferentes (como por ejemplo Leontief al nivel de insumos intermedios y Cobb-Douglas al nivel del valor agregado).

Los MEGC más simples consideran sólo un agente consumidor. Este supuesto puede removerse considerando diferentes grupos de consumidores, separados por ejemplo por clases sociales (trabajadores, capitalistas, etc.) o por niveles de ingresos (quintiles, deciles, etc.). Cada grupo puede recibir ingresos de diferentes orígenes, incluyendo transferencias.

La formulación del sector externo permite distintas posibilidades. En relación con las importaciones puede utilizarse el supuesto de bienes homogéneos o asumir diferenciación entre bienes nacionales y extranjeros (Armington, 1969). Las

---

<sup>11</sup> Dinwiddy y Teal (1988) desarrollan este modelo con detalle.

<sup>12</sup> Para una discusión más extensa de las posibilidades de los MEGC ver, Shoven y Walley (1992), Ginsburgh y Keyzer (1997) y Dervis, De Melo y Robinson (1982)

<sup>13</sup> Chisari y Romero (1996), por ejemplo, introducen trabajo público específico en una aplicación para la Argentina.

mismas decisiones deben tomarse en cuanto a las exportaciones. Asimismo, debe decidirse si el país es modelado en forma de país pequeño (con demandas para sus productos homogéneos infinitamente elásticas) o grande. En cuanto al déficit comercial debe definirse si se permiten desequilibrios y cómo se financian.

Con relación al tratamiento del gobierno, los MEGC permiten desde formulaciones sencillas donde los ingresos y los gastos son exógenos, hasta formulaciones donde los ingresos provienen de distintas fuentes en forma endógena y las decisiones de gasto responden a criterios de maximización de utilidad.

En la concepción más simple de un MEGC, el equilibrio se logra mediante cambios en los precios relativos a los cuales responden las ofertas y demandas. Sin embargo se pueden permitir distintos tipos de ajustes en los mercados de bienes y factores. Es posible modelar mercados de precios fijos donde hay subutilización de algún factor productivo (desempleo), mercados cuyo precio viene dado por los mercados internacionales y el comercio externo es la variable de ajuste, mercados que se equilibran mediante variaciones de inventarios, o mercados racionados que dan origen a rentas extraordinarias a los productores (Lora, 1993).

Todo MEGC debe asegurar que se cumpla la igualdad entre el ahorro y la inversión para garantizar la consistencia macroeconómica. La forma en la que esta igualdad se logra constituye el cierre del modelo. Existen infinidad de tipos de cierre,<sup>14</sup> entre los más comunes encontramos los modelos de tipo neoclásico donde la inversión se ajusta a la disponibilidad de ahorro. Los ahorros externos pueden también operar como variable de cierre, permitiendo que, por ejemplo, se ajusten en forma residual. Asimismo, es posible idear cierres keynesianos introduciendo alguna rigidez (como por ejemplo salarios atados a alguna regla y que en consecuencia dan lugar a desempleo).

Si bien lo más común son los modelos estáticos pueden introducirse dimensiones temporales. Una primera forma sencilla es ir resolviendo en forma secuencial el modelo estático introduciendo alguna variable que cambie en el tiempo, como por ejemplo la oferta de capital que será la oferta del período anterior más la inversión pasada. En este caso la solución actual depende del pasado que se toma como dado. Versiones más complejas introducen refinamientos a la dinámica permitiendo formulaciones de optimización intertemporal.<sup>15</sup> Finalmente también es posible extender los modelos hacia la inclusión de mercados financieros

---

<sup>14</sup> Ver Robinson (1989) para una discusión sobre distintos cierres de modelo utilizados en los MEGC.

<sup>15</sup> Para un tratamiento extenso de modelos aplicados dinámicos ver Ginsburgh y Keyzer (1997) y para un detalle de su programación en lenguaje MPSGE Paltsev, (2004).

complejos teniendo en cuenta elementos dinámicos,<sup>16</sup> de riesgo y explicitando en forma más detallada el equilibrio de ahorro-inversión.<sup>17</sup>

En gran cantidad de países se usa este tipo de modelos para la evaluación de medidas de política económica. Entre los más conocidos se pueden mencionar los MEGC de Australia (Dixon *et al.*, 1982), Reino Unido (Piggot y Whalley, 1981), IFPRI (Löfgren, Lee-Harris y Robinson, 2002) y el Estados Unidos (Ballard *et al.*, 1985; Robinson, 1990), aunque también hay gran cantidad de modelos construidos para países en desarrollo (Decalawe y Martens, 1988).

### 3. ¿Qué es una Matriz de Contabilidad Social?

Dado que los MEGC describen el flujo circular de toda la economía, la SAM (*Social Accounting Matrix*) es la herramienta más natural para representar un período determinado ya que es una matriz que representa todos los flujos de ingresos y gastos de los agentes agregados (Pyatt y Round, 1985).

Una SAM resume las relaciones de todos los agentes que interactúan en la economía. Técnicamente, una SAM es una matriz cuadrada, en la que cada cuenta está representada por una fila y por una columna. En los vectores columnas se encuentran los gastos, asimismo, por medio de las filas se contabilizan los ingresos. Por lo tanto, la matriz debe ser simétrica respetando el principio de cuadro de doble entrada.<sup>18</sup> La sumatoria por filas de cada cuenta debe igualarse a la sumatoria por columna de la misma cuenta tal que se respeten las restricciones presupuestarias de cada uno; esto es que los gastos deben igualarse a los ingresos.

Ahora bien, una característica definitoria es que generaliza el concepto de matriz insumo-producto para toda la economía. Es decir, que la venta de un producto en un determinado sector es necesariamente una compra de otro sector. En el mismo sentido, toda SAM tiene una característica fundamental, la interdependencia circular entre: (i) Actividades de producción; (ii) Distribución entre factores (y a su

---

<sup>16</sup> Por ejemplo: Dixon y Rimmer (2002) para la economía de Australia y Thurlow (2004) para una extensión del modelo del IFPRI.

<sup>17</sup> Para un resumen de la inclusión de aspectos financieros en los modelos de equilibrio general computado, puede verse Thissen (1999).

<sup>18</sup> Las cuentas (ya sea por filas o columnas) pueden subdividirse, pero debe cumplirse la igualdad entre ingresos y gastos agregados. Por ejemplo: los impuestos (ingreso del gobierno) puede representarse en la SAM por tipo de impuesto sin necesidad de realizar la misma apertura a nivel de gasto del gobierno.



vez la distribución del valor agregado generado por cada actividad productiva) y, (iii) la distribución entre instituciones (familias y empresas) y entre distintos estratos socioeconómicos.

Como síntesis de lo anterior puede decirse que, la SAM captura la característica de interdependencia circular de cualquier economía entre actividades, distribución de la remuneración de factores, distribución entre las instituciones; en especial todas las transferencias entre distintos niveles socioeconómicos. Los efectos globales, directos e indirectos causados por cambios en variables exógenas sobre endógenas están capturados bajo ciertas condiciones por la matriz multiplicativa.

Vale la pena recalcar que cualquier SAM puede tomar una amplia variedad de formas dependiendo de cómo se definan sus cuentas constitutivas. El marco de trabajo provisto por estas matrices ha demostrado que son una herramienta práctica para utilizar toda la información disponible y brindar una base cuantitativa para fundamentar todo tipo de investigaciones.<sup>19</sup> El Recuadro 3-1 presenta un breve resumen del uso de la SAM para modelos de precios fijo.

#### Recuadro 3-1: El uso de SAMs para modelos distintos a los MEGC

---

Bajo los supuestos de exceso de capacidad y precios fijos puede demostrarse que los efectos de cambios exógenos pueden ser explicados por un análisis de multiplicadores (Defourny y Thorbecke, 1984). Esto requiere dividir a la SAM en cuentas endógenas y exógenas; dentro de las primeras se encuentran los factores, instituciones y las actividades productivas; mientras que en las segundas, el gobierno, el capital y el resto del mundo.

Existe una matriz de contabilidad multiplicativa,  $M$ , que explica los resultados obtenidos luego de un shock en las cuentas exógenas. Hay alternativas para conformar esta matriz dependiendo de los supuestos iniciales, tales como el tipo de elasticidad.

Pyatt y Round (1979) argumentaron que esta matriz multiplicativa es producto de otras tres matrices multiplicativas,  $M1$ ,  $M2$ ,  $M3$ . En la primera se encuentran los efectos de las transferencias dentro de la economía, como la distribución del gobierno a los hogares. Las matrices  $M2$  y  $M3$  capturan las consecuencias del flujo circular del ingreso.  $M2$  abarca los efectos cruzados, es decir que si existe un shock en alguna parte del sistema en esta matriz se observarán las

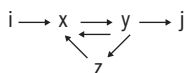
---

<sup>19</sup> Este trabajo se concentra en la parte “real” de la SAM, aun cuando su cierre tiene como correlato aspectos financieros, donde cada agente tendrá una posición deudora o acreedora que haga cumplir la igualdad entre ingresos y gastos. Kraev (2004) presenta formalmente las transacciones de una matriz de contabilidad financiera (FAM). Chisari *et al.* (2009) estiman una FAM para la Argentina de 2004.

repercusiones causadas en el resto de la economía. Mientras que  $M3$  refleja todos los efectos circulares de un shock en el ingreso en todo el sistema hasta que vuelve a su punto de origen por medio de ciclos repetidos.

Si se expresan las variables endógenas en función de las exógenas puede estudiarse la transmisión de las influencias dentro de las relaciones estructurales (Crama, Defourny y Gazon, 1984) comenzando por los cambios en las variables exógenas hacia los últimos efectos en las endógenas. Matemáticamente puede utilizarse para cualquier sistema de ecuaciones lineales. Existen tres tipos de interpretaciones cuantitativas en cuanto a la influencia:

1. Influencia directa. Una unidad de un polo cambia y hace cambiar otra unidad en otro polo, sin embargo los demás polos permanecen constantes.  $i \rightarrow j$
2. Influencia total. Si una unidad cambia, desencadena la interacción entre muchos polos. (Efectos indirectos).  $i \rightarrow x \rightarrow y \rightarrow j$
3. Influencia global. Mide el efecto total como consecuencia de un shock en uno de los polos.



Es importante destacar la diferencia entre influencia directa e influencia global. Ésta última captura todos los efectos directos transmitidos entre los polos en consideración, y no como elementos aislados o bajo *ceteris paribus* de influencia directa. Ferri y Uriel (2000) han aplicado esta metodología para la economía de España.

Al incluir la posibilidad de estimar variaciones en los precios absolutos brinda, a las autoridades pertinentes, información de uso inmediato. Estas variaciones en los precios pueden descomponerse para develar el patrón oculto de interdependencia económica y transmisión de precios; pueden distinguirse los efectos de la relación inter-industrial, consumo de los hogares o el precio de factores. Utilizando una matriz de insumo-producto de la Argentina, Lifschitz (1992) presenta una metodología para separar sub-matrices sectoriales y computar indicadores matriciales.

Podemos generalizar y enumerar los principales pasos a tomar en consideración al construir una Matriz de Contabilidad Social, sólo a modo ilustrativo: (i) Elegir año base de tal forma que se cuente con la mayor información posible; (ii) Construcción de una SAM básica; (iii) Análisis de estructura productiva, distribución del ingreso, consumo y patrones de pobreza; (iv) Desagregación de la SAM básica entre sus subsistemas (submatrices); (v) Reconciliación de datos provenientes de distintas fuentes.

A los efectos del armado de la SAM, se la divide habitualmente en dos componentes de acuerdo al grado de desagregación de la información. En primer

lugar, la “macro-SAM” que reúne la información de las cuentas públicas a nivel agregado de forma consistente. En segundo lugar, y tomando como restricción los resultados de la macro-SAM, se construye la “micro-SAM” que captura todas las transacciones sectoriales y entre agentes, al nivel de desagregación elegido.

La Tabla 3-1 presenta el esquema de una SAM. Es similar a una tabla de insumo-producto pero ampliada a todos los sectores de la economía. Además distingue entre “actividades” y “mercancías”, lo que permite que las actividades de producción puedan producir uno o más bienes. Está constituida generalmente por 5 tipos de cuentas: de producción, de bienes, de factores, de instituciones (hogares, gobierno), y del sector externo.

Tabla 3-1: Estructura de una Matriz de Contabilidad Social

		GASTOS					
		Actividades	Bienes	Factores	Hogares	Gobierno	Totales
INGRESOS	Actividades		Valor de la Producción				Ingreso de la Actividad
	Bienes	Insumos Intermedios			Consumo Privado	Consumo Gobierno	Demanda de Bienes
	Factores	Valor Agregado					Ingreso de los Factores
	Hogares			Matriz de Distribución		Transf. del Gobierno	Ingreso de los Hogares
	Gobierno		Impuestos Indirectos	Impuesto a los Factores	Impuestos Directos		Ingreso del Gobierno
	Totales	Gastos de la Actividad	Oferta de Bienes	Gastos de Factores	Gastos de los Hogares	Gastos del Gobierno	

Fuente: elaboración propia

Las diferentes cuentas de la SAM delimitan los límites del modelo global. La especificación de un modelo “completo” requiere que las relaciones de mercado, de comportamiento y de sistema de cada una de las cuentas de la SAM estén descritas en el modelo. Las cuentas de Sectores, Bienes y Factores requieren la especificación de mercado (oferta, demanda y condiciones de equilibrio). Las cuentas de los Hogares y del Gobierno requieren reglas de comportamiento y restricciones presupuestarias. Las cuentas de Inversión y Resto del Mundo representan los requerimientos macroeconómicos para el balance interno (ahorro igual a inversión) y externo (exportaciones más entradas de capitales deben igualarse a las importaciones).

La lectura e interpretación de la Tabla 3-1 resulta sencilla: las filas representan ventas de cada sector y las columnas gastos. Por ejemplo, la celda “Consumo Privado” resulta de la intersección de la fila “Bienes” y la columna “hogares”, es decir representa el gasto de los hogares en bienes y servicios y al mismo tiempo un ingreso para los vendedores de las mercancías, la celda “Impuestos Indirectos”, a su vez, representa un gasto para las actividades productoras de bienes y un ingreso para el gobierno. Esta representación esquemática permite ver claramente la característica de consistencia presupuestaria básica detrás de toda SAM que heredan los MEGC.

Para discutir problemas tales como pobreza e inequidad distributiva, se divide a la cuenta de hogares según sus diferencias en el estilo de vida, determinadas por el nivel de ingreso y los gastos en consumo. Los ingresos de las familias provienen de su propiedad de factores productivos (Matriz de Distribución del Ingreso), transferencias recibidas del gobierno, del resto del mundo y entre los hogares. Las familias gastan estos ingresos en el consumo de bienes importados y domésticos, realizan transferencias hacia otros hogares y pagan impuestos.

Luego de entender los principios básicos y su método de construcción podemos comprender porqué es la herramienta básica para cualquier análisis de equilibrio general o insumo-producto que se proponga realizar. Es así que se ha utilizado por ejemplo para: Estrategias de crecimiento en economías en desarrollo (Pyatt y Round, 1985); Distribución del ingreso (Pyatt y Roe, 1977; Roland-Holst y Sancho, 1992); Política fiscal a nivel nacional o regional (St-Hillaire y Whalley, 1983); Descomposición de actividades multiplicativas que aclaran el funcionamiento del flujo circular del ingreso (Pyatt y Round, 1979; Defourny y Thorbecke, 1984;); Modelos de equilibrio general con calibración consistente (Ballard *et al.*, 1985); Análisis de formación de precios y mecanismos de transmisión de costo en economías con rigideces institucionales (Roland-Holst y Sancho, 1995).

### **Ajustes a la SAM**

Uno de los inconvenientes de la elaboración de una SAM es la gran cantidad de datos que se necesitan y que, habitualmente, provienen de varias fuentes, por lo que uno de los trabajos más arduos es proporcionar consistencia entre los distintos conjuntos de información.

La SAM requiere el uso de la información económica más reciente disponible, agrupada en un marco de referencia coherente. Sin embargo, esta información generalmente proviene de fuentes bastante diferentes: matrices de insumo-producto,

cuentas nacionales, encuestas de hogares, encuestas de firmas, datos sobre el mercado de trabajo, cuentas del gobierno, cuentas de comercio internacional, etc. Asimismo, los datos provenientes de estas fuentes involucran distintos períodos de tiempo. Por ejemplo, la información correspondiente a la matriz de insumo-producto se prepara generalmente cada cinco años o más, mientras que la información nacional sobre ingreso, producción, comercio, son generadas anualmente. En algunos casos, resulta posible comenzar con una SAM existente, la cual luego se actualiza utilizando nueva información. En otros casos, la SAM debe ser construida completamente.<sup>20</sup>

En consecuencia, el problema puede plantearse como el de encontrar una manera eficiente de reconciliar la información.

Definimos como  $T$  a la matriz de transacciones, donde  $t_{ij}$  es un pago de la cuenta  $j$  (columna) a la cuenta  $i$  (fila), que cumple la condición de balance de cada cuenta:

$$1. \quad y_i = \sum_j t_{i,j} = \sum_j t_{j,i}$$

La matriz de coeficientes  $A$  se construye dividiendo cada celda de  $T$  por su correspondiente suma:

$$2. \quad a_{i,j} = \frac{t_{i,j}}{\sum_j t_{i,j}}$$

Un problema de actualización de una matriz aparece cuando, por ejemplo, se obtienen nuevos totales de filas y columnas y se requiere cumplir con la ecuación (1). Es decir, encontrar los nuevos valores consistentes de cada transacción. A continuación abordaremos el proceso de actualización y balanceo de una SAM existente, conociendo información sobre los flujos que la integran. Se analiza brevemente, las metodologías clásicas usadas para esta tarea: RAS y entropía cruzada.<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup> Round (2003) resume los principales métodos de ajuste utilizados para justar matrices de contabilidad social.

<sup>21</sup> Existen otros métodos, como el denominado Stone-Byron (Round, 2003) que permite incluir juicios sobre la confiabilidad de la información o variantes de RAS como el "Diagonal Similarity Scaling" (Schenider y Zenios, 1990).

### a) El Método RAS

El problema general resulta en la estimación de un conjunto de parámetros con poca información. Si todo lo que conocemos son los totales fila y columna, entonces no hay suficiente información para identificar los coeficientes.

El método RAS, partiendo de una matriz inicial  $A$  y de vectores que contengan las sumas totales ( $y^*$ ) requeridas de las filas y las columnas (orlas), busca una matriz  $A^*$  que respete dichos totales. Consiste en un procedimiento iterativo que busca vectores  $r_i$  y  $s_j$  tal que:

$$3. \quad a_{ij}^* = r_i a_{ij} s_j$$

El problema de estimación de una SAM de  $N \times N$  cuentas, consiste entonces en identificar  $N^2$  parámetros no-negativos, pero contando con sólo  $2 \times N - 1$  restricciones independientes de columnas y filas. El procedimiento de RAS impone condiciones biproporcionales, de manera de reducir el problema al de hallar  $2 \times N - 1$  coeficientes de  $r_i$  y  $s_j$ , derivando en una solución única.<sup>22</sup> El procedimiento es un algoritmo iterativo que cumple alternadamente (en cada iteración) con los totales de filas o columnas, cambiando los coeficientes  $a_{i,j}$ . En el Recuadro 3-2 se presenta un sencillo ejemplo para mostrar cómo funciona el método.

#### Recuadro 3-2: Ejemplo numérico del método RAS

Supongamos una matriz de transacciones intersectoriales (parte a) de  $3 \times 3$  (sectores  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ ) con sus correspondientes totales de ventas intermedias ( $VI_{orig}$ ) y compras intermedias ( $CI_{orig}$ ), que requiere ser actualizada (obtener  $t_{i,j}$ ) para que sea consistente con nuevos totales de filas y columnas ( $VI_{obj}$  y  $CI_{obj}$  de la parte b).

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$VI_{orig}$
$S_1$	200	100	100	400
$S_2$	300	200	100	600
$S_3$	500	200	200	900
$CI_{orig}$	1000	500	400	

(a)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$VI_{obj}$
$S_1$	$t_{1,1}$	$t_{1,2}$	$t_{1,3}$	900
$S_2$	$t_{2,1}$	$t_{2,2}$	$t_{2,3}$	900
$S_3$	$t_{3,1}$	$t_{3,2}$	$t_{3,3}$	1000
$CI_{obj}$	1200	800	800	

(b)

<sup>22</sup> RAS converge bajo ciertas condiciones necesarias y suficientes (Bacharach, 1971).

El procedimiento consiste en calcular iterativamente los coeficientes para cumplir con los nuevos totales de filas de columnas. Comenzando inicialmente por el total columnas se calcula la matriz de coeficientes de compras (parte 1a), luego se multiplican los coeficientes obtenidos por  $Cl_{obj}$  (se obtiene así la matriz 1b). Obsérvese que se cumple con los nuevos totales de compras intermedias pero no se cumple con los totales de ventas intermedias objetivo. Siguiendo por las filas, se adopta el mismo procedimiento pero calculando ahora coeficientes de ventas (parte 2a) a partir de los totales de ventas obtenidos en 1b y multiplicándolos por  $Vl_{obj}$  para obtener la matriz 2b. Se cumple con los nuevos totales de las columnas, pero no con los totales de las filas.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$
$S_1$	0.20	0.20	0.25
$S_2$	0.30	0.40	0.25
$S_3$	0.50	0.40	0.50
	1	1	1

(1a)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$Vl_{obj}$
$S_1$	240	160	200	600
$S_2$	360	320	200	880
$S_3$	600	320	400	1320
$Cl_{obj}$	1200	800	800	

(1b)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	
$S_1$	0.40	0.27	0.33	1
$S_2$	0.41	0.36	0.23	1
$S_3$	0.46	0.24	0.31	1

(2a)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$Vl_{obj}$
$S_1$	360.0	240.0	300.0	900
$S_2$	368.2	327.3	204.5	900
$S_3$	454.5	242.4	303.0	1000
$Cl_{obj}$	1182.7	809.7	807.6	

(2b)

A partir de esta nueva matriz se repite el procedimiento desde el inicio. Es fácil reproducir el método en una planilla de cálculo y comprobar que luego de unas pocas iteraciones se obtienen los valores de las transacciones que cumplen con ambos totales objetivos. Los resultados finales se muestran en la siguiente tabla.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$Vl_{orig}$
$S_1$	365.4	237.2	297.4	900
$S_2$	373.8	323.5	202.7	900
$S_3$	460.8	239.3	299.9	1000
$Cl_{orig}$	1200	800	800	

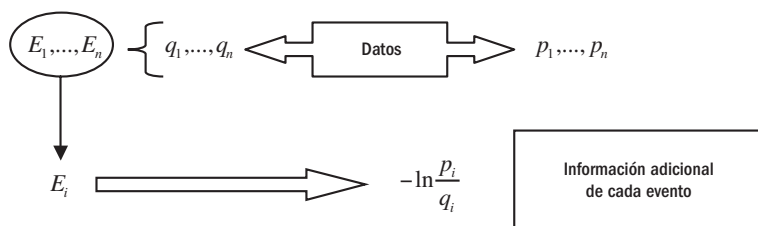
El método de RAS tiene algunas propiedades atractivas, las cuales sin duda contribuyen a su popularidad y vigencia. Sin embargo, presenta desventajas debido a que su funcionamiento requiere la disponibilidad de determinados datos (las orlas) y no es suficientemente flexible para considerar restricciones adicionales sobre los datos. En la práctica, este método se utiliza para ajustar sub-matrices de una SAM.

### b) El Método de Entropía Cruzada

El enfoque de entropía cruzada es una aplicación al problema de estimación e inferencia estadística basado en la teoría de la información.<sup>23</sup>

La Figura 3-1 muestra intuitivamente de qué se trata el método. Consideremos un conjunto de  $n$  eventos ( $E_1, \dots, E_n$ ) inicialmente con probabilidades  $q_i$ , y que la llegada de un mensaje provoca el cambio de las probabilidades a  $p_i$ . El procedimiento de estimación resulta de minimizar la medida de distancia de entropía cruzada de Kullback-Leibler (1951) entre las nuevas probabilidades y las iniciales.

Figura 3-1: El método de entropía cruzada



Fuente: Elaboración propia.

Supongamos que nos enfocamos en un evento en particular  $E_j$ , la información recibida por el mensaje es  $-\ln p_j$ ,<sup>24</sup> pero la información adicional es:  $(-\ln p_j - \ln q_j) = -\ln(p_j/q_j)$ . Tomando la esperanza de los valores informativos de cada evento por

<sup>23</sup> Aspectos técnicos y algunas aplicaciones pueden ser consultadas en Jaynes (1982) y Golan, Judge y Miller (1996).

<sup>24</sup> Considerando un experimento con  $n$  posibles resultados, se busca una medida de incertidumbre  $S(n)$  que cumpla tres propiedades: (i)  $S \geq 0$ , (ii)  $S(1) = 0$  y (iii)  $S(mn) = S(m) + S(n)$ . Se puede probar que la única función que cumple estos tres puntos es el logaritmo:  $S(n) = k \ln n$ , donde  $k$  es un factor de escala que se normaliza a uno.



separado, encontramos el valor informativo esperado del mensaje (Robinson, Cattaneo y El-Said, 2001):

$$4. \quad -I(p : q) = \sum_i^n p_i \ln \frac{p_i}{q_i}$$

Aplicado al procedimiento de actualizar una SAM, el problema confronta encontrar una nueva SAM, cercana a una ya existente, minimizando la distancia de entropía cruzada entre ellos, respetando las restricciones. Es un método más flexible que RAS ya que permite actualizar los datos partiendo de matrices que tienen datos inconsistentes. Este método permite incorporar además: errores en las variables, restricciones de desigualdad e información de cualquier parte de la SAM (no necesariamente orlas).

Golan, Judge y Robinson (1994) sugieren una variedad de técnicas de estimación para solucionar el problema de estimación previamente mencionado, aplicando este enfoque a la estimación de una matriz de insumo-producto.

El problema de minimización de entropía cruzada consiste en encontrar un nuevo conjunto de coeficientes  $A$  que minimicen la distancia entre el coeficiente previo y el nuevo que ha de ser estimado. Su aplicación a MEGC se puede consultar en Arndt, Robinson y Tarp (2002).

$$5. \quad \min \sum_i \sum_j a_{i,j} \ln a_{i,j} / a_{i,j}^*$$

sujeto a:

$$6. \quad \sum_i a_{i,j} = 1, \sum_i a_{i,j} y_j = y_j \text{ y } 0 \leq a_{i,j} \leq 1$$

La solución se obtiene resolviendo un lagrangeano con las ecuaciones planteadas. El resultado combina la información de la nueva matriz y de la matriz base:

$$7. \quad a_{i,j} = \frac{a_{i,j} \exp(\lambda_i y_j^*)}{\sum_{i,j} a_{i,j}^* \exp(\lambda_i y_j^*)}$$

donde  $\lambda_i$  son los multiplicadores de Lagrange asociados con la información de la suma de filas y columnas y el denominador es el factor de normalización.<sup>25</sup>

---

<sup>25</sup> Ambos métodos, RAS y entropía cruzada, están programados en GAMS y se utilizan como material en la materia Economía Computacional de la carrera de Economía de la UADE, y pueden ser solicitados al autor.

Para corregir los errores de medición hay varios métodos. Una de las fuentes de errores más frecuentes es que la SAM inicial no esté balanceada (la suma de las filas es distinta a la suma de las columnas). En este caso, el procedimiento de entropía no cambia, pero implica que no será posible alcanzar una medida de entropía igual a cero. La idea es encontrar una posible SAM que sea lo suficientemente cercana a los posibles datos.

Algunos autores han realizado experimentos con distintos métodos de ajuste con resultados mixtos (Round, 2003). Uno de los problemas de conducir estos experimentos es que el criterio para determinar la superioridad de uno u otro método (medida de cercanía de la matriz ajustada a la matriz inicial) está relacionado con la elección de la función a minimizar. Por lo tanto, existe un sesgo inherente en cada experimentación, haciendo difícil la comparación.

De todos modos, la utilización de entropía generaliza RAS, ya que: (i) permite prescindir de la necesidad de contar con nuevas orlas; (ii) la matriz inicial puede ser inconsistente (no estar balanceada); (iii) las nuevas orlas pueden contener un término de error y no ser parámetros fijos; (iv) permite fijar valores de cualquier parte de la SAM (no necesariamente orlas) y (v) puede incluir restricciones de desigualdad. En el Recuadro 3-3 se presenta un ejemplo numérico.

### Recuadro 3-3: Ejemplo numérico del método de Entropía Cruzada

Las siguientes tablas resuelven el mismo problema presentado en el recuadro III.1. En este caso, para realizar el cálculo se utiliza un programa GAMS, adaptado del programa introducido por Robinson, Cattaneo y Al Said (2001), de entropía cruzada que representa el problema de optimización de las ecuaciones (5) y (6) al que se le agregaron otras restricciones adicionales sobre algunas de las celdas representando información adicional que debe cumplir el problema.

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	VI <sub>orig</sub>
S <sub>1</sub>	361.8	238.6	299.6	900
S <sub>2</sub>	370.2	325.5	204.3	900
S <sub>3</sub>	468.0	235.9	296.1	1000
CI <sub>orig</sub>	1200	800	800	

(a)

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	VI <sub>obj</sub>
S <sub>1</sub>	356.1	241.7	302.2	900
S <sub>2</sub>	383.2	300.0	216.8	900
S <sub>3</sub>	460.7	239.7	299.6	1000
CI <sub>obj</sub>	1200	781.4	818.6	

(b)

En el panel a se muestra la matriz de transacciones obtenida con las mismas restricciones del problema resuelto anteriormente con el algoritmo RAS. Los resultados son similares. En la parte b se

observan los resultados correspondientes a suponer que se cuenta con información adicional relacionada con los totales de ventas intermedias, el total de compras intermedias del sector 1 y el valor de las transacciones de la celda ( $s_2, s_2$ ). Esta última situación no puede ser resuelta usando RAS.

---

### **SAM reducida para la economía Argentina de 2006**

En la Tabla 3-2 se presenta una SAM que representa la economía argentina de 2006. La SAM consta de tres sectores de actividad, dos factores y agrupa los impuestos de producción de acuerdo a su destino. Considera un gobierno y desagrega la inversión entre pública y privada.

La información necesaria para conformar las submatrices de Compras Intermedias tanto Domésticas como Importadas, la matriz de Valor Bruto de Producción y la Matriz de Uso de Factores se encuentra en la Matriz de Insumo-Producto, la misma se realiza esporádicamente,<sup>26</sup> por lo cual es factible que se requiera realizar ciertas actualizaciones. La AFIP y los Ministerios Provinciales proveen la información para todas las submatrices que incluyen impuestos. Mientras que la Balanza de Pagos publicada por el Banco Central y las bases de comercio exterior del INDEC son las fuentes principales para las matrices de exportaciones, importaciones, ahorro del exterior y transferencias que involucran al resto del mundo. La diferencia entre el consumo de bienes domésticos e importados y la Matriz de Distribución del Ingreso se extraen de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH, realizada periódicamente por el INDEC). Finalmente, para las celdas restantes del vector de Ahorro-Inversión se utiliza la Cuenta Ahorro-Inversión.<sup>27</sup>

Mirando desde una perspectiva de gasto (por columna). La matriz de insumo producto corresponde a la sub-matriz de compras de insumos por parte de los sectores de actividad. Luego sigue la matriz de demanda de factores. A continuación está la matriz de pagos de impuestos por parte de las actividades (tanto sobre los productos como sobre los factores). Por último aparece la matriz de importaciones de bienes intermedios. Es importante remarcar que la SAM así presentada no diferencia la producción por destino, que es un requerimiento del modelo a utilizar. Por lo tanto, por detrás de hay una desagregación adicional, en particular para aplicar las alícuotas impositivas a cada uno de los destinos de la producción. Por

---

<sup>26</sup> La última construida para la Argentina representa la economía de 1997.

<sup>27</sup> En Chisari *et al.* (2009) se puede consultar una descripción detallada de las fuentes de información para construir la SAM de la Argentina para el año 2004.

Tabla 3-2: SAM de la Argentina 2006\*

	Sector de actividad			Factores		Impuestos		Hogares		Gobierno		Inversión		Resto del mundo
	S01	S02	S03	L	K		K	H01	H02		Priv.	Pub.		
Sector de Actividad	S01	21.765	57.213	10.003				10.073	9.61	0	6.608	205	38.113	
	S02	14.085	98.517	66.561				38.231	135.984	0	23.111	717	132.609	
	S03	5.901	97.181	167.909				40.42	196.338	105.013	100.002	17.858	29.358	
Factores	L	9.406	23.476	102.325										
	K	77.974	88.395	305.162										
Impuestos	IM	67	3.125	128				391	428		2.078	0		
	IVA	4.109	18.458	24.098										
	Indi	5.068	20.882	27.062										
	IX	3.901	14.134	0										
	IL	2.168	8.416	24.826										
	IK	7.781	9.272	8.736										
Hogares	H1				37.25	16.178		3.411	12.393		7.682	0		
	H2				97.957	404.476		6.548		54.227				
Gobierno										23.24				
Inversión	Priv.							9.121	170.8		18.78			
	Pub.													
Resto del mundo	S01	22	4.801	17				213	143		18	0		
	S02	1.324	64.946	4.589				8.033	8.94		40.422	0		
	S03	18	999	18.562			50.876	4.311	7.872		0	0		

\* La SAM aquí expuesta tiene objetivos pedagógicos cuya macro-SAM es consistente con las Cuentas Nacionales. Sin embargo, la micro-SAM no ha sido objeto de controles y validación.  
Nota: S01: Agricultura y Minería S02: Industria manufacturera S03: Construcción y Servicios L: trabajo K: Capital IM: Impuestos a las importaciones IVA: impuesto al valor agregado II: Resto de impuestos indirectos IX: Impuestos a las exportaciones IL: Aportes y contribuciones de seguridad social IK: Impuestos sobre el capital IH: Impuestos y contribuciones pagados directamente por los hogares H01: hogares pobres H02: hogares ricos.  
Fuente: elaboración propia.

ejemplo, la tasa del impuesto a las exportaciones (IX) del sector primario (S01) surge de dividir la recaudación pagada por dicho sector (\$3.182,-) por las respectivas exportaciones (\$30.866,-).

Desde el punto de vista de las ventas, los sectores productivos destinan su producción a otros sectores productivos (nuevamente la matriz de insumo producto), al consumo final de los hogares (matriz de gasto doméstico de los hogares), al consumo del gobierno, a la provisión de bienes de inversión y a la exportación. Los totales de de filas y columnas de cada uno de los sectores corresponden a los respectivos valores brutos de producción.

En el caso de los factores de producción, se observa que aparece una matriz que asigna las demandas totales de trabajo (L) y capital (K) a los hogares ricos (H2) y pobres (H1). Además, parte de la demanda de capital (\$40.701,-) corresponde a tenencias de extranjeros. Para completar los ingresos, se observa que los hogares pobres reciben transferencias de los hogares ricos (\$5.562,-) y que ambos hogares reciben transferencias por parte del gobierno.

El gobierno con los impuestos financia el consumo público (principalmente administración pública, defensa, salud y educación y por lo tanto se concentra en el sector servicios –S03), paga transferencias monetarias a los hogares y destina gasto a inversión pública.

Si uno compara el total de gastos del gobierno (\$158.039,-) con el total de ingresos (la suma de los impuestos: \$169.953,-) observa que los mismos no se igualan, por lo cual aparece una diferencia en la fila BNI, que en este caso indica que hay superávit fiscal y por lo tanto el gobierno es comprador neto de bonos. Con este mismo criterio se pueden observar las diferencias en los cierres del sector externos (superávit de cuenta corriente) y en los presupuestos de los hogares (ahorro privado).

#### 4. Calibración de parámetros y experimentación computacional

Cada celda en una SAM es una transacción que puede ser pensada en términos de un proceso de optimización subyacente de los agentes de la economía. El flujo en cada celda puede ser representado como:

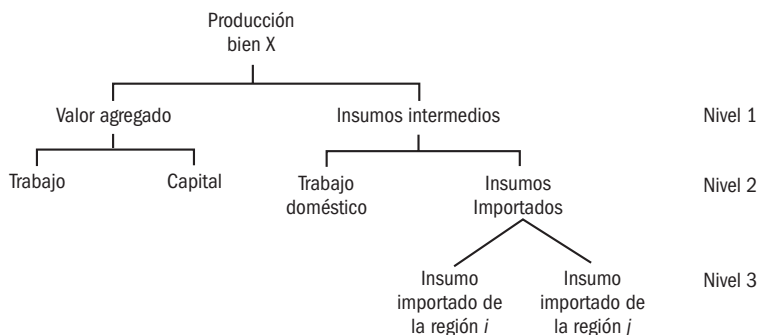
$$8. \quad t_{i,j} = t(p,q;V,\theta)$$

donde,  $p$  y  $q$  son los vectores de precios relativos y cantidades, respectivamente. El vector  $V$  es un vector de factores exógenos y  $\theta$  es un vector de parámetros definidos sobre determinada forma funcional.

Un MEGC es simplemente una formalización de esta representación general de cada combinación junto con las restricciones de balance sectorial y macroeconómicas definidas en la SAM. Puesto que en la SAM no hay una partición de las transacciones automática entre precio y cantidad, se debe elegir una. En la práctica se comienza normalizando todos los precios a uno en el año base. Luego de un cambio (shock exógeno o cambio endógeno en oferta o demanda), la evolución de cada celda está determinada por la estructura del modelo<sup>28</sup> y por la elección de los valores de los parámetros de comportamiento.

Una vez elegidas las formas funcionales que representen el comportamiento de los agentes, es preciso contar con estimaciones de los parámetros de las mismas. Se utilizan habitualmente formas “convenientes” (Cobb-Douglas y CES principalmente) debido a que son manejables analíticamente, consistentes con el marco teórico y fáciles de computar.<sup>29</sup> En la Figura 4-1, se presenta un diagrama, a modo de ejemplo, una función de producción “anidada” de uso habitual en los MEGC.

Figura 4-1: Función de producción anidada



Fuente: elaboración propia.

La función de producción del bien X que en un primer nivel separa entre bienes intermedios y valor agregado suponiendo una función tipo Leontief. En un segundo nivel se supone una función Cobb-Douglas entre los factores de producción y una función Leontief al nivel de los insumos intermedios. Por último se puede

<sup>28</sup> y en qué medida cada cambio será representado por variaciones en precios o cantidades.

<sup>29</sup> Ver Shoven y Whalley (1992) para una descripción pormenorizada de las propiedades de las funciones de comportamiento más utilizadas en los MEGC.

considerar un tercer nivel con elasticidades de Armington entre bienes importados de diferente origen. También se podrían utilizar este tipo de elasticidades entre pares de bienes domésticos e importados.

Hay dos tipos de parámetros a calibrar: (i) de participación: proporciones de costos, participaciones de gasto, tasas de ahorro y tasas impositivas que surgen de la propia SAM; (ii) de comportamiento: que describen la curvatura de las funciones de producción y utilidad. La calibración de este último tipo de parámetros requiere información adicional sobre elasticidades de sustitución.

La necesidad de contar con estimaciones de elasticidades (no sólo de sustitución) como parámetros es un punto débil de la calibración de los MEGC tanto por la falta de estimaciones sectoriales para la economía bajo estudio como por la fuerte discrepancia de las estimaciones econométricas existentes.<sup>30</sup> Mansur y Whalley (1984) muestran las diferencias a partir de una revisión de estimaciones sectoriales de elasticidades de sustitución en la producción para Estados Unidos. Dawkins, Srinivasan y Whalley (2000) reproducen valores medios de estimaciones de elasticidades de demanda directas por sector para Reino Unido.<sup>31</sup>

A continuación se desarrolla el procedimiento de calibración de los parámetros de funciones de producción Cobb-Douglas, de una economía simple de dos bienes, dos factores y un consumidor.<sup>32</sup> En la Tabla 4-1 se presenta una SAM para esta economía.

**Tabla 4-1: Economía cerrada con transacciones intermedias**

	$X_1$	$X_2$	L	K	H	Total
$X_1$		200			600	800
$X_2$	100				1100	1200
PW						0
Tabajo (L)	500	500				1000
Capital (K)	200	500				700
Hogares (H)			1000	700		1700
<b>Total</b>	<b>800</b>	<b>1200</b>	<b>1000</b>	<b>700</b>	<b>1700</b>	

Fuente: elaboración propia.

<sup>30</sup> Por supuesto, esto también es problemático para otro tipo de modelos que requieran elasticidades de sustitución.

<sup>31</sup> Donnelly, Johnson y Tsigas (2004) presenta estimaciones de elasticidades de sustitución de Armington para Estados Unidos.

<sup>32</sup> Un desarrollo completo de este tipo de modelos, incluyendo la programación en GAMS/MPSGE y GAMS, puede consultarse en Markusen (2002) y Wing (2004).

Se asume que las funciones de producción de ambos bienes son anidadas. Por un lado, Leontief entre insumos intermedios y valor agregado de la producción de cada bien ( $X_1$  y  $X_2$ ). Por otro lado, Cobb-Douglas entre trabajo ( $L$ ) y capital ( $K$ ). Para desarrollar el ejemplo nos concentramos en este último componente, a partir de las siguientes funciones:

$$9. \quad VA_1 = AK_1^\alpha L_1^{1-\alpha} \text{ y } VA_2 = BK_2^\beta L_2^{1-\beta}$$

donde, los parámetros a calibrar son:  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ .

En competencia perfecta cada factor es remunerado al valor de su productividad marginal. Con rendimientos constantes a escala, el valor total del producto es igual al pago total a los factores de producción. Para el caso del capital tenemos que el valor de su productividad marginal es igual a la remuneración del capital ( $r$ ):

$$10. \quad r = p_1 \frac{\partial (AK_1^\alpha L_1^{1-\alpha})}{\partial K_1} = p_1 \alpha \frac{VA_1}{K_1}$$

Despejando  $\alpha$  se obtiene (y similarmente para  $\beta$ ):

$$11. \quad \alpha = \frac{rK_1}{p_1 VA_1} \text{ y } \beta = \frac{rK_2}{p_2 VA_2}$$

Así,  $\alpha$  y  $\beta$  son las participaciones de la remuneración del capital ( $rK_i$ ) en el valor agregado de los sectores 1 y 2, respectivamente. Ahora bien, de la SAM se obtienen los valores correspondientes tanto al numerador como al denominador:  $\alpha=200/700=0,286$  y  $\beta=500/1000=0,5$ .

Para calibrar  $A$  y  $B$  necesitamos adicionalmente asumir  $p_1 = p_2 = 1$ , y por lo tanto los valores en la SAM refieren también cantidades. Entonces:

$$12. \quad A = \frac{VA_1}{K_1^\alpha L_1^{1-\alpha}} = 1,82 \text{ y } B = \frac{VA_2}{K_2^\beta L_2^{1-\beta}} = 2$$

Adicionalmente, Dawkins, Srinivasan y Whalley (2000) introducen ejemplos de calibración de funciones de utilidad Cobb-Douglas y de producción CES.



## **El modelo en MPSGE**

El modelo ha sido programado en MPSGE sobre plataforma GAMS. Esto permite que el proceso de calibración descrito más arriba no sea necesario ya que el programa lo realiza de manera automática. Los detalles de programación partiendo de modelos desde el modelo de equilibrio general básico de economía cerrada y agregando actores por etapas (gobierno, comercio internacional, múltiples hogares) se puede consultar en Markusen (2002).

Las características generales del modelo son las siguientes. El objetivo de las familias es maximizar su Utilidad, la que se haya limitada por la Restricción Presupuestaria. La restricción presupuestaria dice que el gasto total de la familia (en la compra de bienes de consumo, de inversión, bonos, y pago de impuestos) no puede superar su ingreso (por pagos de factores, venta de bonos, cobro de dividendos de empresas y de intereses). El beneficio de las familias se mide habitualmente mediante la Variación Equivalente que mide (justamente) el equivalente, en términos de ingreso, del cambio de utilidad derivado de un shock; es decir, cuánto tendría que cambiar el ingreso de un agente para que experimentara la misma modificación de la utilidad si no se hubiera producido un shock que cambia los precios de los bienes de consumo.

El objetivo de las empresas es maximizar su Beneficio. En general las firmas se hallan limitadas por la Tecnología y el Capital. De la optimización, es decir la maximización de beneficios, surgen las funciones de oferta de bienes y de demanda de factores, además de los pagos de impuestos. Las empresas se demandan entre sí bienes que producen, para ser usados como insumos intermedios de la producción final. Los pagos a los factores son recibidos por las familias y por el resto del mundo. Los beneficios son distribuidos a las familias y al resto del mundo; inclusive el gobierno puede recibir beneficios por su participación en la tenencia de capital privado.

El gobierno es asimilado a una familia y se lo dota de una función de Utilidad del Gobierno. También hay una Restricción Presupuestaria del Gobierno. Recibe ingresos (por impuestos, por propiedad de factores, por venta de bonos) y los aplica a la compra de distintos bienes (nacionales o importados, de consumo o de inversión), a la compra de reservas para el banco central, a la contratación de empleados públicos (participa en el mercado de factores) y a las transferencias (a jubilados y desempleados, por ejemplo). Las transferencias se consideran gasto en un factor, poseído por las familias. Este es un artificio económico, utilizado para alcanzar la solución, neutro desde el punto de vista de sus efectos sobre el resultado.

Compra bienes domésticos (exportaciones de la Argentina) y produce los propios, para combinar con ellos. Parte de su producción es comprada por los agentes domésticos (importaciones de la Argentina). También compra y vende bonos de las familias y del gobierno. Está limitado por su tecnología y por una Restricción Presupuestaria del Resto del Mundo.

En el siguiente recuadro se reproduce en lenguaje GAMS/MPSGE la programación de un MEGC que representa la economía de la Tabla 4-1. Se requiere primero la declaración de las variables a utilizar: Sectores de actividad (S1 y S2) con sus respectivos precios (P1 y P2); la rentabilidad del capital (PK) y el salario (PL).

---

**Recuadro 4-1: Programación GAMS/MPSGE de una economía cerrada con bienes intermedios y funciones de producción anidadas**

---

El siguiente programa puedes ser copiado directamente en el entorno GAMS-IDE (se puede solicitar una versión demo de GAMS en [www.gams.com](http://www.gams.com)) creando un archivo con extensión GMS (ejemplo.gms). El lenguaje es estructurado y no requiere conocimientos previos de programación. Los comandos están escritos en mayúsculas y son anteceditos por el signo \$. Se requiere primero declarar los sectores de producción, los precios y los diferentes tipos de demanda. Luego se incluye la información que surge de la SAM. Recordar que se asumen todos los precios igual a uno en el *benchmark*.

**\$TITLE** Economía cerrada con bienes intermedios

**\$ONTEXT**

**\$MODEL:** ejemplo

**\$SECTORS:**

S1 ! Nivel de actividad para el sector 1

S2 ! Nivel de actividad para el sector 2

UT ! Producción de utilidad

**\$COMMODITIES:**

P1 ! Variación del precio del bien 1

P2 ! Variación del precio del bien 2

PL ! Variación del precio del factor L

PK ! Variación del precio del factor K

PW ! Variación de utilidad (función de gasto)

**\$CONSUMERS:**

CONS ! Ingreso de los hogares

```
$PROD:S1 s:0 va:1
```

```
O:P1 Q: 800
```

```
I:P2 Q: 100
```

```
I:PL Q: 500 va:
```

```
I:PK Q: 200 va:
```

```
$PROD:S2 s:0 va:1
```

```
O:P2 Q:1200
```

```
I:P1 Q: 200
```

```
I:PL Q: 500 va:
```

```
I:PK Q: 500 va:
```

```
$PROD:UT s:1
```

```
O:PW Q:1700
```

```
I:P1 Q: 600
```

```
I:P2 Q:1100
```

```
$DEMAND:CONS
```

```
D:PW Q:1700
```

```
E:PL Q:1000
```

```
E:PK Q: 700
```

```
$OFFTEXT
```

```
$SYSINCLUDE mpsgeset ejemplo
```

```
PW.FX = 1
```

```
$INCLUDE ejemplo.GEN
```

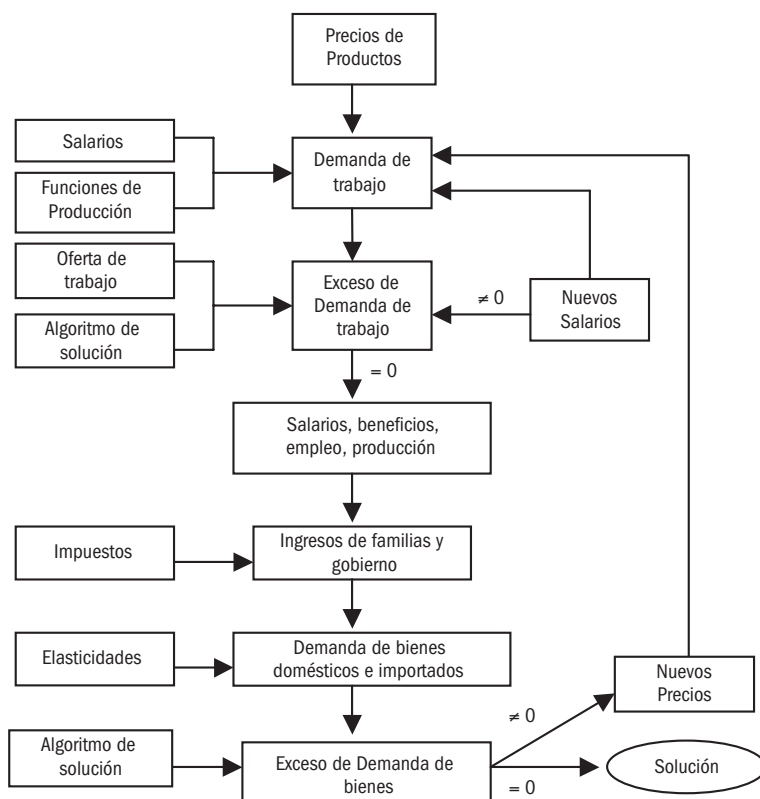
```
SOLVE ejemplo USING MCP
```

A modo de ejemplo se puede observar que la producción del sector SI (\$PROD:S1) es de 800 unidades (O:P1) que requiere la adquisición de 100 unidades del bien 2 (I:P2), la demanda de 500 unidades de trabajo (I:PL) y 200 de capital (I:PK). A su vez, la función de producción anidada está indicada por los valores de las elasticidades de sustitución requeridas al definir el sector de producción: s:0 significa que se toma una función Leontief entre todos los insumos (entre bienes y factores); va:1 es elasticidad de sustitución unitaria entre trabajo y capital, es decir una función de producción Cobb-Douglas al nivel del valor agregado. Por el lado de la demanda, el único consumidor (CONS en \$DEMAND) tiene la dotación factorial de trabajo (E:PL) y capital (E:PK) y demanda una canasta de bienes (D:PW) que es construida mediante un artificio por un productor de utilidad virtual (\$PROD:UT). Por último el numerario elegido es el precio

de la canasta construida a partir de la función de utilidad ( $PW.FX=1$ ). Se recomienda seguir Rutherford (1999), Markusen (2002) y Paltsev (2004) para entender la el funcionamiento y la programación de MPSGE.

Para ilustrar como funciona conceptualmente un MEGC es útil seguir el diagrama de flujo que representa una posible “estrategia de solución”. De acuerdo con a Dervis, De Melo y Robinson (1982), la Figura 4-2 muestra la estrategia para una economía cerrada.<sup>33</sup>

Figura 4-2: Flujo de una estrategia de solución



Fuente: Dervis, De Melo y Robinson (1982).

<sup>33</sup> Este procedimiento se presenta a efectos meramente ilustrativos. En la práctica los algoritmos de solución (solvers) difieren en cuanto a su estrategia de solución de problemas.

Tomando como punto de partida una asignación inicial de precios, la estrategia, primero intenta equilibrar el mercado de trabajo. Con funciones de producción sectoriales, el supuesto de maximización de beneficio y una asignación inicial de los salarios para cada categoría se determina la demanda de trabajo en cada sector. Luego, dadas las ofertas de trabajo de cada categoría laboral se computan los excesos de demanda.

Si los excesos de demanda son distintos de cero, se deben asignar nuevos valores de salarios y realizar otra iteración. Cuando el mercado de trabajo está en equilibrio, hay suficiente información para generar los ingresos de los factores de producción y los niveles de actividad sectoriales. Entonces, de manera similar, se procede a la búsqueda del equilibrio en el mercado de bienes.

Si como resultado se obtienen excesos de demanda distintos de cero, se vuelcan los nuevos precios y se vuelve a iterar hasta que ambos mercados estén en equilibrio. El vector de precios es revisado y se busca un nuevo precio, como muestra la. En general el algoritmo hará subir el precio de aquellos bienes con exceso de demanda, y bajar el de los que tienen exceso de oferta. El bucle cerrado indica un punto fijo del algoritmo, cuando ya se ha alcanzado un equilibrio en el conjunto de precios.

Una vez calculados los precios de equilibrio, se pueden computar las transacciones (compras y ventas), los niveles de ingreso y de bienestar de todos los agentes, y los agregados macroeconómicos. Uno de los precios nominales es elegido como numerario.

## 5. Simulaciones y Análisis de Sensibilidad

El primer paso para la construcción del modelo, es contar con información micro consistente para un determinado periodo y se asumirá que la economía se encuentra en equilibrio. Luego, es necesario realizar una calibración del modelo, en este procedimiento se estiman los valores de los parámetros. Una vez obtenidos todos ellos y especificado el modelo, se replica el modelo chequeando que se llegue a un equilibrio con los parámetros estimados. Ahora, es posible evaluar los efectos de distintas políticas comparando el equilibrio de referencia con el simulado.

Si bien este procedimiento se basa fuertemente sobre los datos de un solo año, influenciando al modelo de toda anomalía ocurrida en dicho año en particular, es difícil encontrar mejores alternativas. Los procedimientos de raíz econométrica requieren datos para muchos períodos anteriores y supuestos sobre la estabilidad estructural, una hipótesis fuerte para economías como la Argentina.

Elegir el modelo adecuado no es una tarea sencilla dado que existen numerosas alternativas cada una con consecuencias diferentes; por lo que se requieren juicios de valor. Shoven y Whalley (1992) destacan que el modelo de equilibrio general apropiado depende del tipo de políticas a analizarse.

Tomando en cuenta este último punto, el modelo para la Argentina cuenta con suficiente flexibilidad para poder hacer cambios en los cierres y preferencias del modelo a través de simples cambios de programación. En este sentido, es importante mencionar que la transferencia de tecnología de este tipo de modelos debe concentrarse en el conocimiento detallado del modelo, la estructura y el ajuste de datos y la programación, aunque sea más costoso en términos de enseñanza y aprendizaje. En caso contrario se corre el riesgo de caer en automatismos que no permiten la adecuación de los modelos a situaciones específicas de la economía que se quiere representar y que dificultan efectuar simulaciones de problemas no previamente programados.

### **Simulaciones de políticas y *shocks***

La primera simulación con el modelo es la replicación del *benchmark*. Los precios de todos los bienes y factores deben ser uno, es decir el punto de partida. Una segunda tanda de simulaciones debe ser dirigida a “validar” el modelo comparándolo con resultados surgidos de episodios históricos. El tercer paso es realizar las simulaciones dirigidas a tratar el problema bajo análisis. Un cuarto grupo de simulaciones corresponde al Análisis de sensibilidad ante cambios en los valores de los parámetros (particularmente elasticidades de sustitución).

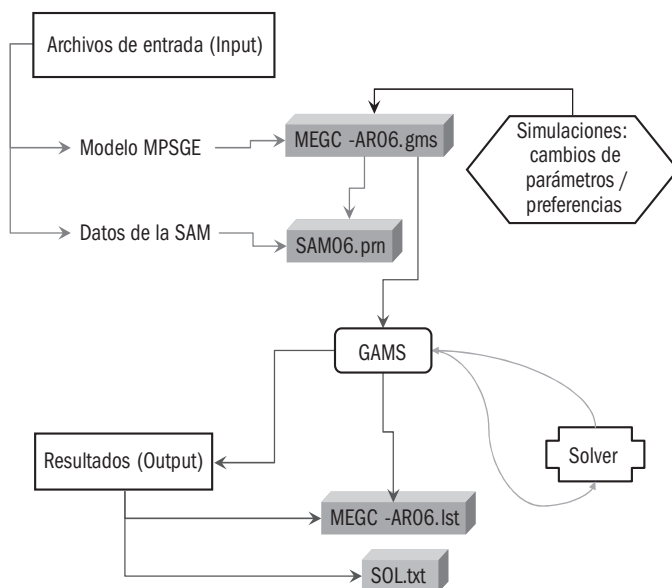
Las simulaciones consisten en ejercicios contrafácticos que se comparan con la situación inicial (el *benchmark*) a través de cambios de parámetros y *shocks* en el modelo. Estos parámetros pueden representar las preferencias de los agentes, la tecnología de producción o las dotaciones iniciales.

#### **Recuadro 5-1: Archivos de entrada y de salida**

---

La siguiente figura muestra los archivos de entrada que componen el modelo final y los de salida que aparecen luego de simular políticas o *shocks*. Los datos finales de la SAM aparecen en el archivo SAM06.prn y la programación del modelo, junto con la construcción de los indicadores, se encuentra en el archivo MEGC-AR06.gms. Las simulaciones se hacen sobre este último archivo, donde además hay una sección con simulaciones pre-programadas. El ambiente de trabajo utilizado es GAMS-IDE, un procesador de textos (ASCII) específico para ser utilizado con lenguaje GAMS.

Figura 4.3 Archivos de entrada y salida del modelo en MPSGE



Fuente: elaboración propia.

La tarea que realiza GAMS es chequear primero posibles errores de lenguaje y luego llamar a un solver (algoritmo de solución) para resolver el problema. El solver utilizado para resolver este tipo de ejercicios es el PATH. Para otro tipo de problemas (programación lineal, no lineal, lineal entera, entre otros) el modelador puede escoger diferentes solvers. Una vez finalizado el proceso de iteraciones que realiza el solver para encontrar la nueva solución de equilibrio, los resultados en bruto aparecen en el archivo MEGC-AR06.lst que es el archivo por *default* que entrega GAMS con los valores obtenidos para todas las variables del modelo. Los indicadores pre-programados son volcados en el archivo SOL.txt que luego pueden ser captados fácilmente por cualquier planilla de cálculo.

Se observan en las salidas una selección e indicadores agrupados por tipo: i) Indicadores macro: PBI, balanza comercial, Superávit / Déficit fiscal; ii) Precios: IPC, Tipo de cambio; iii) Indicadores sectoriales: Niveles de actividad, Exportaciones, Tasas de ganancia; iv) Niveles de bienestar: Variación equivalente, v) Distribución del ingreso: Gini. Una calibración correcta se alcanza si todos los precios son uno en los archivos “.lst” para la primera corrida.

Para observar los resultados se utilizan indicadores macroeconómicos, sectoriales y de impacto sobre los agentes. El cálculo de estos indicadores forma parte de la programación en lenguaje GAMS. En el Recuadro 5-1 se puede observar el procedimiento que se lleva a cabo para efectuar una simulación.

A modo de ejemplo, se incluyen dos simulaciones. Primero, un aumento del 20% en la productividad total de los factores (TFP) de la industria manufacturera (sector S2 de la SAM). Segundo, una disminución del 20% en la tasa efectiva del impuesto a las exportaciones. La Tabla 5-1 muestra la salida con indicadores seleccionados pre-programados en GAMS. Ambos escenarios son evaluados bajo la hipótesis de salario real constante, dado que existe desempleo en el *benchmark*.

El aumento de la TFP se representa como una ampliación de la producción con la misma dotación factorial inicial. La liberación de recursos producida por la mejora de la productividad, reduce los precios y mejora la competitividad de la economía, favoreciendo las exportaciones reales que crecen por encima del PBI. La tasa de ganancia aumenta para todos los sectores de actividad, también se observa que en la industria manufacturera aparecen los mayores beneficios relativos. Ambos tipos de hogares tienen aumentos de bienestar (medidos por la variación equivalente), que en el caso de los hogares pobres se origina en la fuerte caída del desempleo, mientras que para las familias ricas se motiva además por la distribución de beneficios de las empresas. Por su parte, el gobierno ve aumentar el superávit fiscal medido como proporción del PBI.

**Tabla 5-1: Argentina, 2006. Simulaciones**

Indicador	Aumento TFP 20% en la industria	Reducción del 20% en impuesto a las exportaciones
PBI a precios de mercado	3.46	-0.19
Inversión	3.51	0.00
Exportaciones	4.51	-0.83
Índice de precios al consumidor	-0.84	1.90
Tasa de Ganancia Primario	13.91	0.31
Tasa de Ganancia Industria	18.15	1.62
Tasa de Ganancia Servicios	14.10	-0.13
Tasa de desempleo - base: 11,4%	8.46	11.22
Bienestar Hogares Más Pobres	3.30	-0.44
Bienestar Hogares Más Ricos	3.27	0.23
Superávit fiscal / PBI (%) -base: 0,92%	1.15	0.87

Fuente: elaboración propia.



Con respecto a la reducción de la tasa de impuesto a las exportaciones, se observa una mínima disminución del PBI a precios de mercado (a precios básicos la variación del PBI tiene signo positivo –no presentado en la tabla). Los precios domésticos suben, afectando principalmente a los hogares de menores ingresos, quienes no ven compensada la disminución de bienestar por aumento de empleo (la tasa de desempleo observa una baja poco significativa). En cambio, los hogares ricos tienen una variación de bienestar positiva derivada de su participación en las ganancias de los sectores productivos. Las exportaciones caen por el efecto absorción que genera el aumento de ingreso de los hogares de mayores recursos. El superávit fiscal cae con respecto al *benchmark*, como consecuencia de la disminución de la recaudación real en casi dos puntos porcentuales, aun cuando el gobierno ajusta el gasto (consumo público, transferencias a los hogares –que afecta relativamente más a los hogares pobres– e inversión pública).<sup>34</sup>

Ahora bien, más allá de analizar posible medidas compensatorias para aquellos hogares cuyo bienestar disminuye, de estos resultados surge la pregunta de si un MEGC estático es la herramienta correcta para analizar este problema en particular. Sería conveniente analizar a partir de un MEGC dinámico que ocurre con el ahorro de los hogares de mayores ingresos, ya que un aumento de la inversión podría mejorar la situación inicial de los hogares pobres. En todo caso el MEGC dinámico podría responder cuántos periodos serían necesarios para que los beneficios de mayores tasas de inversión compensen la pérdida inicial de bienestar. En este sentido los MEGC también sirven para identificar cuellos de botella y restricciones políticas y sociales de determinadas políticas.<sup>35</sup>

A efectos de indagar el impacto de los parámetros exógenamente determinados sobre los resultados de las simulaciones, habitualmente se procede a efectuar análisis de sensibilidad. Se concentran principalmente en los valores exógenos de elasticidades. Se han diseñado procedimientos para realizar la sensibilidad de manera sistemática a previamente identificadas elasticidades clave del modelo (Pagan y Shannon, 1985; Wigle, 1991) o de manera global para una muestra de elasticidades (Harrison *et al.*, 1992). Dawkins (1997) ha desarrollado un método para computar la sensibilidad a cambios en parámetros calibrados (no sólo las elasticidades).

---

<sup>34</sup> Esta información surge del conjunto de indicadores programados en GAMS que no han sido presentados aquí. Para ver un detalle más amplio de los mismos ver Chisari *et al.* (2009).

<sup>35</sup> Así se utiliza un MEGC, en conjunto con otras metodologías, en Chisari *et al.* (2008) para diagnosticar las restricciones al crecimiento de la Argentina.

Para la simulación de disminución de impuesto a las exportaciones, se realizó un análisis de sensibilidad a la elasticidad de sustitución correspondiente a la función de utilidad de ambos tipos de hogares. En el Gráfico 5-1 se observan los resultados en términos del bienestar de los hogares pobres y ricos.

Se observa que a medida que aumenta la elasticidad de sustitución el nivel de bienestar aumenta para los pobres, aunque continúan siendo negativos, y disminuye para los ricos. Esta reducción de bienestar de los hogares ricos se origina en la caída de la rentabilidad en el sector servicios como consecuencia de permitir mayor flexibilidad en las decisiones de los hogares y por lo tanto menores niveles de precios.

Gráfico 5-1: Sensibilidad a la elasticidad de sustitución de la función de utilidad

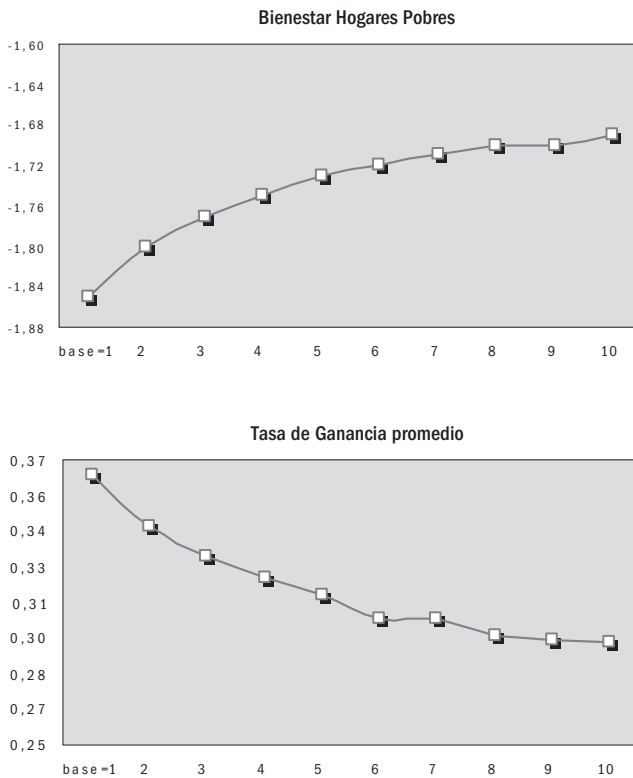
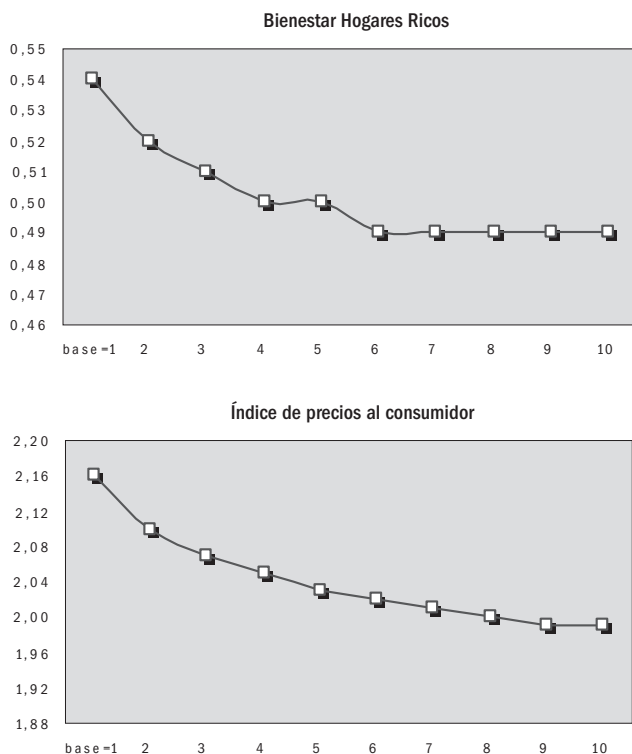


Gráfico 5-1 (continuación): Sensibilidad a la elasticidad de sustitución de la función de utilidad



Fuente: elaboración propia.

## 6. Consideraciones finales

El objetivo de esta nota fue el de exponer brevemente las principales características y usos de los MEGC. Este nuevo campo en el área de la economía aplicada ha evolucionado sistemáticamente desde el momento que aparecieron los primeros aportes. Actualmente, la investigación teórica está avanzando hacia modelos más sofisticados y la búsqueda de algoritmos de solución más eficientes, mientras que la investigación aplicada está centrada en mejorar la representación de la economía, especialmente mediante la inclusión de aspectos intertemporales y financieros.

En particular, el presente trabajo ha discutido los procedimientos necesarios para construir la base de datos y estimar los parámetros que requiere la implemen-

tación de un MEGC. Estos procesos conforman los que se denomina “Calibración,” y son utilizados para inferir valores de parámetros a partir de datos económicos de un periodo determinado.

Para la parametrización de un modelo de equilibrio general computado, los valores de algunos de los parámetros son exógenos, mientras que otros (los parámetros calibrados) son endógenamente determinados para reproducir los datos del *benchmark* como un equilibrio del modelo. Los parámetros exógenamente especificados son típicamente las elasticidades de sustitución en formas funcionales CES, las cuales son establecidas sobre la base de las estimaciones de la literatura. Se ha mostrado como se procede a estimar los parámetros utilizando funciones Cobb-Douglas y CES.

La información obtenida debe ser estructurada dentro de un esquema que asegure el cumplimiento de ciertos requisitos de consistencia sectoriales y macroeconómicas. Por lo cual resulta clave la construcción de una matriz de contabilidad social. Se han mostrado ejemplos acerca de cómo resolver problemas de consistencia en el armado de la SAM y cómo realizar ajustes cuando es preciso cambiar el periodo base.

Por último se han mostrado a modo de ejemplo los resultados de simulaciones ejecutadas sobre un modelo estático simplificado que representa la economía Argentina de 2006.

## Bibliografía

- Armington, P. (1969). “A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production,” *International Monetary Fund Staff Papers* XVI, pp. 159-78.
- Arndt, C., S. Robinson y F. Tarp (2002). “Parameter estimation for a computable general equilibrium model: a maximum entropy approach,” *Economic Modeling* 19, pp. 375-398.
- Arrow, K y G. Debreu (1954). “Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy,” *Econometrica* 22, pp. 265-90.
- Bacharach, M. (1970). *Biproportional Matrices and Input-Output Change*. (Cambridge: Cambridge University Press).
- Ballard, C., D. Fullerton, J. Shoven, y J. Whalley (1985). *A General Equilibrium Model for Tax Policy Evaluation*, (Chicago: The University of Chicago Press).
- Bergoeing, R. (1998). “Notas en experimentos computacionales y teoría de equilibrio general aplicada,” ILADES, Georgetown University, Teaching Notes D-6, enero.
- Brooke, A., D. Kendrick y A. Meeraus (2002). *GAMS A user's guide*, GAMS Development Corporation.
- Chisari, O. y C. Romero (1996). “Incidencia Impositiva y Asignación de Recursos. Un modelo de Equilibrio General Computado para la Argentina,” *CEPAL: Serie Política Fiscal* 78, División de Desarrollo Económico.
- Chisari, O., E. Corso, J. Fanelli y C. Romero (2008). “Growth Diagnostics for Argentina,” Inter-American Development Bank, Research Dept., August.

- Chisari, O., C. Romero, G. Ferro, R. Theller, M. Cicowicz, J. Ferraro, M. González, A. Blanco y : Maquieyra (2009). *Un modelo de equilibrio general computable para la Argentina*, (Buenos Aires: Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo).
- Canova, F. (1994). "Statistical Inference in Calibrated Models," *Journal of Applied Econometrics* 9, pp. s123-s144
- Dawkins, C. (1997). "Extended Sensitivity Analysis for Applied General Equilibrium Models," *Revista de Economía del Rosario* 8:2, pp. 85-111.
- Crama, Y., J. Defourny y J. Gazon (1984). "Structural decomposition of multipliers in input-output or social accounting matrix analysis," *Economie appliquée* 37, pp. 215-222.
- Dawkins, C., T. Srinivasan y J. Whalley (2001). "Calibration," en J. Heckman y E. Leamer (eds.): *Handbook of Econometrics* Vol. 5 (Amsterdam: North Holland).
- Decaluwe, B. y A. Martens (1988). "CGE modeling and developing economies: A concise empirical survey of 73 applications to 26 countries," *Journal of Policy Modeling* 10:4, pp. 529-568.
- Defourny, J. y E. Thorbecke (1984). "Structural Path Analysis and Multiplier Decomposition within a Social Accounting Matrix Framework," *Economic Journal* 94:373, pp. 111-136.
- Dervis, K., J. de Melo y S. Robinson (1982). *General Equilibrium Models for Development Policy*, (New York: Cambridge University Press).
- Devarajan, S. y S. Robinson (2005). "The influence of Computable General Equilibrium Models on Policy," en T. Kehoe, T. Srinivasan y J. Whalley (eds.): *Frontiers in Applied General Equilibrium Modeling*, (Cambridge, MA: Cambridge University Press).
- Dinwiddie, C. y F. Teal (1988). *The two-sector general equilibrium model: A new approach*, (Oxford, UK: Phillip Allan).
- Dixon, P., B. Parmenter, J. Sutton y D. Vincent (1982). *ORANI: A Multisectoral Model of the Australian Economy*, (Amsterdam: North-Holland).
- Dixon, P. y M. Rimmer (2002). *Dynamic General Equilibrium Modelling for Forecasting and Policy*, (Amsterdam: North Holland).
- Donnelly, W., Johnson, K. y Tsigas, M. (2004). "Revised Armington Elasticities of Substitution for the USITC Model and the Concordance for Constructing a Consistent Set for the GTAP Model," Office of Economics Research Note, United States International Trade Commission.
- Ferri, J. y E. Uriel (2000). "Multiplicadores contables y análisis estructural en la matriz de contabilidad social. Una aplicación al caso español," *Investigaciones Económicas* XXIV:2, pp. 419-453.
- Ginsburgh, V. y M. Keyzer (1997). *The Structure of Applied General Equilibrium Models*, (Cambridge MA: The MIT Press).
- Golan, A., G. Judge y D. Miller (1996). *Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data*, (New York: John Wiley & Sons)
- Golan, A., G. Judge y S. Robinson (1994). "Recovering Information from Incomplete or Partial Multisectoral Economic Data," *Review of Economics and Statistics* 76, pp. 541-9.
- Hansen, L. y A. Heckman (1996). "The Empirical Foundations of Calibration," *Journal of Economic Perspectives* 10:1, pp. 87-104.
- Harberger, A. (1962). "The Incidence of the Corporation Income Tax," *Journal of Political Economy* 70, pp.215-240.
- Harrison, G., R. Jones, C. Kimbell y R. Wigle (1992). "How Robust is Applied General Equilibrium Analysis?" *Journal of Policy Modeling* 15, pp. 99-115.
- Jaynes, E. (1982). "On the Rationale of Maximum-Entropy Methods," *Proceedings IEEE* 70.
- Johannsen, L. (1960). *A Multi-sectoral Study of Economic Growth*, (Amsterdam: North Holland).
- Jorgenson, D. (1984). "Econometric methods for applied general equilibrium analysis," en H. Scarf y J. Shoven (eds.): *Applied General Equilibrium Analysis* (New York: Cambridge University Press).

- Kraev, E. (2004). "Financial Accounting Matrix and Transaction matrices: A Concise Formalism for Describing Financial Stock Dynamics," CEPA Working Papers N° 2004-6, Center for Economic Policy Analysis, New School for Social Research.
- Kydland, F. y E. Prescott, 1982. "Time to Build and Aggregate Fluctuations," *Econometrica* 50:6, pp. 1345-70.
- Lifschitz, E. (1992). "Eslabonamientos productivos: enfoque metodológico y presentación de las matrices sectoriales," *Estudios para el diseño de políticas públicas*, V. 9, (Buenos Aires Gobierno Argentino-PNUD-BIRF).
- Löfgren, H., R. Lee-Harris y S. Robinson (2002). "A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS," *Microcomputers in Policy Research* 5. International Food Policy Research Institute (IFPRI).
- Lora, E. (1993). "Los modelos de Equilibrio General Computable en el Análisis de Incidencia Fiscal," trabajo presentado al VI Seminario Regional de Política Fiscal, CEPAL, Santiago de Chile, Enero.
- Mankiw, N. (1988). "Recent Developments in macroeconomics: A Quick Refresher Course," *Journal of Money, Credit and Banking* 20, pp. 436-458.
- Mantel, R. (1968). "Toward a Constructive Proof of the Existence of Equilibrium in a Competitive Economy," *Yale Economic Essays* 8, pp. 155-196.
- Mansur, A. y J. Whalley (1984). "Numerical specification of applied general equilibrium models: estimation, calibration and data," en Scarf, H. y Shoven, J. (eds.): *Applied General Equilibrium Analysis* (New York: Cambridge University Press).
- Markusen, J., 2002. "General Equilibrium modeling using GAMS and MPSGE," Universidad de Colorado.
- McDougall, R. (1999). "Entropy Theory and RAS are Friends," GTAP Working Papers 300, Center for Global Trade Analysis, Department of Agricultural Economics, Purdue University.
- McKittrick, R., (1998). "The econometric critique of computable general equilibrium modeling: The role of parameter estimation," *Economic Modelling* 15, pp. 543-573.
- Pagan, A. y J. Shannon (1987). "Sensitivity Analysis for Linearized Computable General Equilibrium Models," en J. Piggott y J. Whalley (eds.): *New Developments in applied General Equilibrium Analysis*, (Cambridge: Cambridge University Press).
- Paltsev, S. (2004). "Moving from Static to Dynamic General Equilibrium Models (Notes for a Beginner in MPSGE)," MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change, Technical Note 4, Cambridge, MA.
- Piggott, J. y J. Whalley (1981). *UK tax policy and Applied General Equilibrium Analysis*, (Cambridge MA: Cambridge University Press)
- Prescott, E. (1986). "Theory Ahead of Business Cycle Measurement," *Quarterly Review (Federal Reserve Bank of Minneapolis)* Fall, pp. 9-22
- Pyatt, G. y A. Roe y otros (1977). *Social Accounting for Development Planning with Special Reference to Sri Lanka*, (Cambridge: Cambridge University Press.)
- Pyatt, G. y J. Round (1979). "Accounting and fixed price multipliers in a social accounting matrix framework," *Economic Journal* 89, pp. 850-873
- Pyatt, G. y J. Round (1985). *Social Accounting Matrices. A Basis for Planning*, (Washington DC, The World Bank).
- Quirk, J. y R. Saposnik (1972). *Introducción a la teoría del equilibrio general y a la economía del bienestar* (Barcelona: Bosch, Casa Editorial)
- Reinert, K. y D. Roland-Holst (1997). "Social Accounting Matrices," en J. Francois y K. Reinert (eds.): *Applied Methods for Trade Policy Analysis: A Handbook*, (Cambridge: Cambridge University Press).

- Robinson, S. (1989). "Multisectoral Models," en H.Chenery y T. Srinivasan (eds.): *Handbook of Development Economics* Vol. 2 (Amsterdam: North Holland).
- Robinson, S. (1990). *The USDA/ERS computable general equilibrium (CGE) model of the United States*, U.S. Dept. of Agriculture, Washington DC
- Robinson, S., A. Cattaneo y M. El-Said (2001). "Updating and Estimating a Social Accounting Matrix Using Cross Entropy Methods", *Economic Systems Research* 13:1, pp. 47-64.
- Roland-Holst, D. y F. Sancho (1992). "Relative Income Determination in the United States: A Social Accounting Perspective," *Review of Income and Wealth* 38:3, pp. 311-27
- Roland-Holst, D. y F. Sancho (1995). "Modeling Prices in a SAM Structure," *Review of Economics and Statistics* 77:2, pp. 361-371.
- Round, J. (2003). "Constructing SAMs for Development Policy Analysis: Lessons Learned and Challenges Ahead," Department of Economics, The University of Warwick.
- Rutherford, T. (1999). "Applied general equilibrium modeling with MPSGE as a GAMS subsystem: An overview of the modeling framework and syntax," *Computational Economics* 14, pp. 1-46.
- Scarf, H. (con T. Hansen) (1973). *The Computation of Economic Equilibria*, (New Haven: Yale University Press).
- Schneider, M. y S. Zenios (1990). "A Comparative Study of Algorithms for Matrix Balancing," *Operations Research* 38:3, pp. 439-455.
- Shoven, J. y J. Whalley (1972). "A General Equilibrium Calculation of the Effects of Differential Taxation of Income from Capital in the United States," *Journal of Public Economics* 1, pp. 281- 322.
- Shoven, J. y J. Whalley (1992). *Applying General Equilibrium*, (New York: Cambridge University Press).
- St-Hilaire, F. y J. Whalley (1983). "A microconsistent equilibrium data set for Canada for use in regional general equilibrium policy analysis," *Review of Income and Wealth* 29:2, pp. 175-204.
- Thissen, M. (1999). "Financial CGE models Two Decades of Research in Financial CGE. Models," Research Papers, SOM, University of Groningen, June.
- Thurlow, J. (2004). "A Dynamic Computable General Equilibrium (CGE) Model for South Africa: Extending the Static IFPRI Model," Trade and Industrial Policy Strategies (TIPS) Working Paper 1.
- Wing, S. (2004). "Computable General Equilibrium Models and Their Use in Economy-Wide Policy Analysis," MIT Joint Program on the Science and Policy of global Change, Technical Note N° 6.
- Wigle, R. (1991). "The Pagan-Shannon Approximation: Unconditional Systematic Sensitivity in Minutes," en J. Piggot y J. Whalley (eds.): *Applied General Equilibrium*, (Heidelberg: Physica-Verlag).

### **3. LA EVALUACIÓN CUANTITATIVA DE POLÍTICAS ECONÓMICAS: EL ENFOQUE MACRO-MICRO**

**MARTÍN CICOWIEZ**

*CEDLAS – Universidad Nacional de La Plata*

#### **1. Introducción**

La Economía Computacional ha realizado aportes al estudio de diversos temas (ver, por ejemplo, Amman et al. (1996); Kendrick et al. (2005); Tesfatsion y Judd (2006)). En este capítulo, la atención se concentra en las contribuciones de la Economía Computacional al estudio de los efectos distributivos de shocks económicos, de cambios de política o eventos exógenos; más específicamente, sólo se consideran los modelos de simulación de tipo macro-micro.

En los últimos años se intensificó el interés por estimar el impacto distributivo (particularmente, sobre pobreza) de diversas políticas públicas (Gunter et al., 2005; Bourguignon et al., 2008); entre las razones que lo explican pueden destacarse tres: (1) el aumento de la desigualdad que se ha observado en distintas regiones del mundo desde los años ochenta, (2) una renovada preocupación a nivel internacional por los niveles de vida de los individuos más pobres (ver Atkinson, 1997), plasmada por ejemplo en los Objetivos de Desarrollo del Milenio de las Naciones Unidas, y (3) el debate sobre los efectos socio-económicos de la globalización.

En este trabajo se presentan las contribuciones más recientes de la Economía Computacional para la medición ex-ante de los efectos de shocks económicos sobre la pobreza y la desigualdad. Se describe el enfoque macro-micro, que combina modelos de equilibrio general computado (CGE) con microsimulaciones. Los primeros ofrecen un marco de consistencia para evaluar alternativas de política pública pero, en general, carecen de la desagregación necesaria para el análisis de cuestiones distributivas. Las microsimulaciones, por su parte, son útiles para evaluar los efectos sobre pobreza y desigualdad de cambios en la restricción presupuestaria de los hogares; sin embargo, tienen la limitación de no considerar cambios en precios, salarios, y variables macroeconómicas. En la actualidad, ambas metodologías se utilizan de forma combinada, haciendo posible la evaluación a nivel desagregado de los efectos distributivos de shocks económicos.



La metodología que se emplea con los modelos macro-micro para analizar los efectos un shock económico es la simulación de escenarios contrafácticos. La realización de un ejercicio de simulación funciona como un experimento controlado; se modifica el valor de algún parámetro al tiempo que se asume constante todo lo demás. Los resultados se obtienen a partir de comparar la solución del modelo con la información utilizada como punto de partida. Así, es posible aislar el efecto que tendría el shock económico de interés.

¿Qué tipo de interrogantes permite responder el enfoque macro-micro? Como ejemplo, consideremos el impacto que tendría un aumento en el precio mundial de los bienes agrícolas. Por un lado, se espera un aumento en el precio doméstico de los productos alimenticios, lo que impactaría negativamente sobre la pobreza. Por otro lado, también es esperable un efecto positivo para los trabajadores del sector agrícola; por ejemplo, en términos de salarios más elevados. En este caso, un modelo computacional de equilibrio general permitiría capturar el impacto sobre precios y salarios, mientras que una microsimulación sería de utilidad para estimar el efecto distributivo.

La popularización del enfoque macro-micro para responder este tipo de preguntas puede explicarse por dos motivos que facilitan enormemente su implementación: (1) la mayor disponibilidad de la información necesaria para hacer operacionales los modelos, y (2) el avance en la capacidad de cómputo, que permite trabajar fácilmente con gran volumen de información. En los últimos diez años, la literatura avanzó en varias direcciones, tanto al nivel de los modelos de CGE como al nivel de las microsimulaciones. Sin embargo, es la utilización combinada de ambas metodologías lo que mostró los progresos más significativos.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera. En primer lugar, se describen brevemente los modelos de equilibrio general computado (Sección 2). La Sección 3 presenta la metodología de las microsimulaciones. En la Sección 4 se discuten las formas en que pueden combinarse los modelos de CGE y las microsimulaciones para estimar el impacto sobre pobreza y desigualdad de cambios en la política pública; en cada caso, se discuten algunas aplicaciones representativas. La Sección 5 contiene algunas consideraciones finales.

## **2. Los modelos de Equilibrio General Computado**

En esta sección se realiza una breve presentación de los modelos de CGE, la porción macro de la metodología macro-micro. Se enfatizan los aspectos distributivos que pueden capturarse con este tipo de modelos.

Los modelos de CGE son la contraparte numérica de los modelos de equilibrio general de raíz walrasiana, ya que se modela la economía en su conjunto contemplando las interrelaciones entre sus componentes. En consecuencia, capturan los efectos tanto directos como indirectos de un cambio de política. Así, los modelos de CGE aseguran consistencia al momento de evaluar los impactos de un shock económico, tanto exógeno como de política. Típicamente, un modelo de CGE identifica los siguientes componentes: actividades productivas, bienes y servicios, factores primarios de producción, e instituciones (específicamente, hogares, empresas, gobierno, y resto del mundo). Se trata de modelos que centran su atención en la parte real de la economía, dejando de lado las cuestiones monetarias. En general, se asume que los agentes económicos se comportan de acuerdo con los principios de la optimización microeconómica; es decir, responden a cambios en los precios relativos. Los modelos de CGE pueden ser estáticos o dinámicos. Sin embargo, en la combinación con microsimulaciones, la mayor parte de las aplicaciones son estáticas.<sup>1</sup>

La literatura de CGE se inició en los años sesenta con el trabajo pionero de Johansen (1960), que desarrolló un modelo de equilibrio general numérico de 20 sectores para Noruega; para resolverlo empleó una aproximación lineal. Los modelos de CGE, sin embargo, no fueron desarrollados durante la década del sesenta. El trabajo de Scarf (1967 y 1969) estableció un nexo directo entre la teoría y las aplicaciones empíricas del equilibrio general, al diseñar un algoritmo para el cómputo del equilibrio general, sin necesidad de realizar aproximaciones lineales (Dixon y Parmenter, 1996). En la década del setenta, Shoven y Whalley (1972) utilizaron el algoritmo de Scarf para resolver el modelo de equilibrio general presentado por Harberger (1962). En los años setenta, se desarrollaron varias aplicaciones para países desarrollados (ver Shoven y Whalley (1984 y 1992) para referencias). Por su parte, la aplicación de modelos de CGE a países en desarrollo recibió un impulso importante a partir del trabajo de Adelman y Robinson (1978) para Corea.<sup>2</sup>

La utilización de modelos de CGE en países en desarrollo implicó un alejamiento del paradigma walrasiano, al introducir rigideces tales como precios máximos y cuotas de importación (Dervis et al., 1982; Robinson, 1989). Los modelos

---

<sup>1</sup> Además, los pocos modelos de CGE dinámicos combinados con microsimulaciones son de tipo secuenciales o recursivos. Es decir, resuelven una sucesión de modelos estáticos sólo conectados por una ecuación de acumulación de capital; los agentes son miopes.

<sup>2</sup> La evolución histórica de la metodología del CGE se describe con detalle en Mitra-Kahan (2008).

desarrollados por esta línea de investigación pueden denominarse como “neoclásicos-estructuralistas” (Robinson, 1991), los más utilizados actualmente. Paralelamente, se desarrollaron los modelos de CGE netamente estructuralistas (ver Taylor (1990)).

Al construir un modelo de CGE es necesario especificar formas funcionales para derivar las ecuaciones de comportamiento de los agentes económicos. Típicamente, se emplean funciones de tipo CES (Elasticidad de Sustitución Constante) anidadas.<sup>3</sup> El valor de los parámetros de las funciones de producción y consumo se obtiene mediante la calibración (ver Capítulo II del presente volumen). En la calibración de un modelo de CGE se utiliza una Matriz de Contabilidad Social (SAM) (ver Round, 2003), usualmente combinada con estimaciones independientes de elasticidades.<sup>4</sup> Una SAM es un cuadro de doble entrada que captura todas las transacciones que se realizaron en una economía durante un período de tiempo determinado, típicamente un año. Así, una SAM extiende la matriz insumo-producto para capturar el flujo circular de la renta, agregando el cruce entre las distribuciones funcional y personal del ingreso.

En la Tabla 2-1 se muestran las principales transacciones que captura una SAM. Las cuentas de las columnas realizan pagos a las cuentas de las filas, al tiempo que las cuentas de las filas realizan ventas a las cuentas de las columnas. La comparación de los totales de filas y columnas correspondientes muestra que una SAM cumple con las condiciones de igualdad entre oferta y demanda e ingresos y gastos que impone el equilibrio general.

En la construcción de una SAM se combinan diversas fuentes de información, que muchas veces son inconsistentes entre sí. En particular, se combinan datos de cuentas nacionales, tablas de insumo-producto, información sobre recaudación tributaria, datos del balance de pagos, y encuestas de hogares. A modo de ejemplo, la Tabla 2-2 muestra una (macro) SAM para la Argentina construida con datos de 2006. En aplicaciones concretas suelen identificarse entre 20 y 30 sectores productivos. En el caso de la Argentina, la desagregación de la SAM de la Tabla 2-2 puede realizarse con los cuadros de oferta y utilización que forman parte de la matriz insumo-producto del año 1997, la última disponible (INDEC, 2001).

---

<sup>3</sup> En Shoven y Whalley (1992) se muestran las formas funcionales más ampliamente utilizadas en la literatura de CGE.

<sup>4</sup> Por ejemplo, para dar valor a los parámetros de distribución y escala de una función de producción de valor agregado de tipo CES.

Tabla 2-1: Una SAM estándar

actividades	actividades	productos	factores	hogares	gobierno	resto del mundo	impuestos	ahorro-inversión	total
		producción doméstica							ingreso total
productos	consumo intermedio			consumo hogares	consumo gobierno	exportaciones		inversión	demanda productos
factores	valor agregado					remuneración factorial			ingresos factores
hogares			remuneración factorial		transf	transf			ingreso hogares
gobierno				transf		transf	recaudación tributaria		ingreso gobierno
resto del mundo		importaciones	remuneración factorial	transf	transf				salida divisas
impuestos	impuestos indirectos	impuestos indirectos	impuestos directos	impuestos directos					recaudación tributaria
ahorro-inversión				ahorro hogares	ahorro gobierno	ahorro externo			ahorro total
total	costo total	oferta productos	gasto factores	gasto hogares	gasto gobierno	entrada divisas	recaudación tributaria	inversión total	

Tabla 2-2: Una SAM para la Argentina en 2006

(en millones de pesos)

Cuenta	Descripción
act	actividades productivas
com	productos
lab	trabajo
cap	capital
hhd	hogares
gov	gobierno
row	resto del mundo
sav-inv	ahorro-inversión

	act	com	lab	cap	hhd	gov	row	sav-inv	total
act		1,031							1,031
com	485				386	81	162	151	1,265
lab	265								265
cap	246								246
hhd			264	230		74	4		573
gov	35	109			44		2		190
row		126	0	16	4	0			146
sav-inv					139	33	-22		151
total	1,031	1,265	265	246	573	190	146	151	

Los efectos distributivos que puede contemplar un modelo CGE dependen, naturalmente, del nivel de desagregación para la cuenta de hogares que posea la SAM utilizada para la calibración. Por ejemplo, si la SAM identifica un único hogar, la metodología del CGE, por sí sola, no podrá captar los efectos distributivos de un shock económico. En lo que resta de este documento se discuten, entonces, las alternativas metodológicas que pueden emplearse para incorporar más de un hogar en los modelos macro-micro.

Los temas distributivos en los modelos de CGE se capturan de manera parcial, ya que suelen considerar sólo unos pocos hogares representativos. Como consecuencia, únicamente contemplan cambios en la desigualdad originados en cambios de ingreso entre grupos. Es decir, no consideran la distribución del ingreso al interior de cada hogar representativo.

Si, en cualquier caso, desean estimarse los efectos distributivos de un determinado shock empleando un modelo de CGE, es recomendable identificar hogares representativos con diferentes fuentes de ingreso. Así, en la medida que el shock afecte de manera diferencial a los distintos factores productivos, será posible capturar sus efectos sobre la distribución del ingreso. En términos más generales, es preferible que los hogares representativos sean heterogéneos en términos de dotaciones factoriales, tasas de ahorro, y patrones de consumo. Además, es deseable que la división de la cuenta de hogares se realice empleando características que no se modifiquen con el shock que se analiza. Por ejemplo, si los hogares se dividen según su nivel de ingreso, el modelo de CGE no permite un re-ranking de hogares.

Inicialmente, la resolución de un modelo de CGE requería la programación de un algoritmo tipo Scarf (1967 y 1969), específico para cada modelo. En consecuencia, la implementación de un modelo de CGE tenía una dificultad computacional considerable. En años posteriores, el desarrollo de software de aplicación general para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales facilitó enormemente la codificación especificación de un modelo de CGE, ya que el analista no debe programar el algoritmo de búsqueda del equilibrio general. Por otro lado, a diferencia del enfoque inicial, ahora los sistemas de ecuaciones no lineales que representan los modelos de CGE se resuelven por métodos tipo Newton-Raphson que no aseguran convergencia, aunque el modelo esté correctamente especificado.

En la implementación de un modelo de CGE el software actualmente más popular es el GAMS (General Algebraic Modeling System) (Brooke et al., 2008), que permite resolver sistemas de ecuaciones no lineales con restricciones de desigualdad.<sup>5</sup> Así, la ventaja que tiene utilizar el GAMS es que no se requiere codificar el algoritmo de búsqueda del equilibrio general. En cambio, basta con especificar el modelo de CGE utilizando notación matemática estándar. Por otro lado, es necesario utilizar un punto de partida lo suficientemente cercano a la solución para que el GAMS pueda resolver el modelo.<sup>6</sup>

El GAMS, además, tiene varias características que lo hacen ideal para la resolución de modelos de CGE: está orientado al trabajo con subíndices, lo que genera un código bastante compacto; permite modelar fácilmente cambios de régimen

---

<sup>5</sup> El GAMS permite, además, solucionar problemas de programación matemática, tanto lineales como no lineales.

<sup>6</sup> En la práctica, se utiliza la solución del modelo provista por la SAM –utilizada para la calibración– para inicializar las variables endógenas del modelo.

—por ejemplo, restricciones cuantitativas a la oferta, donde el ajuste se realiza por precios o cantidades dependiendo del nivel de demanda; y hay gran cantidad de ejemplos de acceso público con modelos de CGE codificados en GAMS.<sup>7</sup>

A fin de implementar modelos de CGE en GAMS también puede utilizarse la interfaz del MPSGE (Mathematic Programming System for General Equilibrium Analysis) desarrollada por Rutherford (1999). El MPSGE simplifica la tarea de escribir las ecuaciones de un modelo de CGE. Sin embargo, puede quitar flexibilidad al momento de desarrollar modelos con características no estándar.

Alternativamente, también puede emplearse el software GEMPACK que, de forma similar al GAMS, permite resolver sistemas de ecuaciones no lineales que representan un modelo de CGE (Harrison y Pearson, 2002). En este caso, el software soluciona el modelo mediante aproximaciones lineales. A diferencia del GAMS, el modelo debe codificarse linealizado, no en niveles.<sup>8</sup>

Las críticas a los modelos de CGE pueden agruparse en tres: (1) imponen fuertes supuestos sobre la estructura de la economía que se modela —por ejemplo, formas funcionales específicas para la producción y el consumo, (2) arrojan resultados que dependen fuertemente de (a) las características de la economía en el año elegido como base para la construcción de la SAM, y (b) el valor elegido para las elasticidades del modelo —que, incluso cuando son estimadas económicamente, están sujetas a la crítica de Lucas (1976), y (3) la falta de ejercicios de validación de las predicciones que genera un modelo de CGE. Sin embargo, a pesar de sus limitaciones, la metodología del CGE continúa siendo de utilidad si desean evaluarse de manera consistente los efectos de equilibrio general de un shock económico.

### **Una solución intermedia**

Los primeros modelos de CGE aplicados a países en desarrollo fueron complementados con estimaciones paramétricas de las funciones de densidad de la distribución del ingreso al interior de cada hogar representativo, con el objetivo de capturar los efectos distributivos de un cambio de política. Con esta metodología, la ubicación de las funciones de distribución se modifica según los resul-

---

<sup>7</sup> Por ejemplo, ver el modelo estándar del IFPRI desarrollado por Lofgren et al. (2002).

<sup>8</sup> El GEMPACK es utilizado para resolver el modelo del GTAP (Hertel, 1997), un conocido modelo de CGE multi-país.

tados sobre ingreso promedio de cada hogar representativo que arroja el CGE, pero manteniendo sin cambios su forma. Las formas funcionales más empleadas en la literatura para describir la distribución del ingreso al interior de cada hogar representativo son log-normal, beta, dagum, y pareto. Como consecuencia, es posible realizar estimaciones para el cambio en la pobreza luego de un shock simulado con el modelo de CGE. Sin embargo, esta metodología también asume que la desigualdad intra-grupal se mantiene constante, no así la desigualdad inter-grupal.

En el caso más simple se utiliza una función de distribución de tipo log-normal para aproximar la distribución del ingreso al interior de cada grupo; esta forma funcional requiere de sólo dos parámetros para ser operacional, la media y el desvío estándar. Como primer paso, se determinan los parámetros de la log-normal para cada hogar representativo. Luego, los cálculos de pobreza se realizan a partir de modificar sólo el ingreso promedio de la log-normal ajustada para cada grupo. Este enfoque fue utilizado por primera vez en Adelman and Robinson (1978), siendo aplicaciones más recientes Dervis et al. (1982), Decaluwe et al. (1999), Agenor et al. (2007), y Boccanfuso et al. (2008).

La gran ventaja de este enfoque es que tiene pocos requerimientos de información al mismo tiempo que permite realizar estimaciones sobre cambios en la pobreza. En particular, a diferencia de las microsimulaciones, no requiere utilizar una encuesta de hogares para estimar efectos sobre desigualdad y pobreza. Naturalmente, este enfoque se vuelve más útil a medida que se identifican más hogares representativos en el modelo de CGE. En este sentido, entonces, no representa una gran ventaja respecto del enfoque de hogares representativos utilizando únicamente un modelo de CGE.

El enfoque de hogares representativos –con o sin ajustes de funciones de distribución– asume que la distribución del ingreso al interior de cada hogar representativo no se ve afectada por el shock que se simula. La literatura empírica, sin embargo, ha mostrado que los cambios en la desigualdad intra-grupal pueden ser tanto o más importantes que los cambios en la desigualdad inter-grupal para explicar la evolución de la desigualdad total (Agenor et al., 2007). Por ejemplo, si clasificamos a los hogares de la EPH de Argentina en cinco grupos de acuerdo con su región de residencia, sólo del 3,1% de la desigualdad medida por el índice de Theil se explica por diferencias en los ingresos (promedio) entre grupos.

En la Argentina no son muchas las aplicaciones de la metodología del CGE; en particular, son pocos los trabajos que intentan capturar el impacto distributivo de las políticas públicas con el enfoque de hogares representativos. Las contribuciones



más destacables son Chisari y Romero (1996), Chisari et al. (1999), y Chisari et al. (2007).<sup>9</sup> En estos trabajos el análisis distributivo se realiza al nivel de cinco (o diez) hogares representativos clasificados según su nivel de ingreso.<sup>10</sup>

### 3. Las microsimulaciones

En esta sección se introduce la metodología de las microsimulaciones, la parte micro del enfoque macro-micro. Las microsimulaciones son modelos de simulación que se hacen operacionales con información a nivel del agente económico individual, por lo que posibilitan la evaluación *ex-ante* de diversos shocks económicos a nivel desagregado. En la actualidad existen aplicaciones al nivel de individuos, hogares, y firmas.

En el contexto de este trabajo, una microsimulación consiste en simular algún proceso socio-económico que modifique la restricción presupuestaria de los agentes económicos de forma tal de generar un vector contrafáctico de ingresos individuales. Por ejemplo, se han simulado cambios en el tamaño de los hogares, del salario de los individuos más calificados, de programas de transferencias hacia las familias, entre otros. Los modelos de microsimulación son de equilibrio parcial, ya que no se modelan de manera simultánea la determinación de precios, salarios, y cantidades ofrecidas de trabajo; además, se dejan de lado los fenómenos macroeconómicos.

La idea original de las microsimulaciones puede rastrearse hasta el trabajo de Orcutt (1957), quien proponía modelar una economía a partir de agregar los comportamientos individuales, tanto de consumidores como de firmas. En la práctica, la mayor parte de las aplicaciones actuales para países en desarrollo se concentra en el estudio de cuestiones distributivas.

La metodología de microsimulaciones comenzó a utilizarse en países desarrollados para estudiar temas relacionadas con el funcionamiento de los sistemas de jubilación e impuestos directos (Harding y Gupta, 2007). Entre los ejemplos más notables pueden destacarse STINMOD (Australia; ver Lloyd, 2007), DYNACAN

---

<sup>9</sup> En Chisari et al. (1999), además, se realizó una contribución a la metodología de CGE al introducir sectores regulados en un modelo de CGE con raíz walrasiana.

<sup>10</sup> En este trabajo se excluyen las aplicaciones de CGE multi-país calibradas con información de la base de datos del GTAP; la información sobre distribución funcional del ingreso contenida en la base de datos del GTAP es poco confiable, ya que la separación entre ingresos por trabajo calificado y no calificado se realiza a partir de una muestra de 13 países (Dimaranan y Narayanan, 2008).

(Canadá; ver Morrison, 2000), EUROMOD (Unión Europea; ver Sutherland, 2001), TRIM3 (Estados Unidos), y TAXMOD (Reino Unido).

Las aplicaciones para países en desarrollo son más recientes. Como se mencionó, dos son los motivos que lo explican. Por un lado, la mejora en las encuestas de hogares. Por otro lado, la mejora en la capacidad de cómputo. En general, las aplicaciones en países en desarrollo centran su atención en la generación del ingreso laboral. Así, típicamente se microsimulan cambios en la situación laboral de los individuos (ocupado versus desocupado), salarios, niveles educativos, entre otras. Se hacen operacionales con microdatos provenientes de encuestas de hogares, que típicamente contienen información sobre características socio-económicas de los individuos.

Las microsimulaciones pueden clasificarse en dos grupos, dependiendo de si contemplan o no la respuesta de los agentes económicos ante cambios. El primer grupo corresponde a las microsimulaciones sin comportamiento o aritméticas. Se trata de microsimulaciones que sólo capturan los efectos de primer orden o “del día después” (ver Bourguignon y Spadaro, 2006). Las microsimulaciones incluidas en este grupo son ampliamente utilizadas, principalmente por su simplicidad para ser implementadas. Se trata, por ejemplo, de simular un aumento de los ingresos rurales simplemente incrementando los ingresos laborales de todos los individuos empleados en actividades agrícolas en igual proporción. Entre las aplicaciones recientes pueden destacarse Chen y Ravallion (2004) y Ravallion y Lokshin (2008).<sup>11</sup>

El otro grupo de microsimulaciones corresponde a las que incorporan el comportamiento de los agentes económicos como respuesta a los shocks que interesa evaluar (Bourguignon y Ferreira, 2003). En este caso, se capturan efectos de segundo orden; por ejemplo, existen varias aplicaciones en las que se contemplan cambios en la oferta laboral —una excelente introducción es el libro de Creedy y Kalb (2006). Entre las aplicaciones más recientes, se destaca la evaluación ex-ante de un programa de transferencias condicionadas en Brasil (ver Bourguignon et al., 2003).

Las microsimulaciones también pueden clasificarse en dos grupos de acuerdo a la metodología que se emplea para generar los ingresos contrafácticos. Por un lado, está el enfoque paramétrico que utiliza estimaciones econométricas para computar escenarios contrafácticos; el ejemplo más típico es la utilización de una ecuación de Mincer —con el logaritmo del salario explicado por variables tales como educación, sexo, experiencia laboral— para calcular los ingresos laborales luego de un shock (ver Bourguignon y Ferreira, 2003).

---

<sup>11</sup> Estos autores demuestran, analíticamente, que las microsimulaciones aritméticas son aproximaciones válidas para estimar los efectos de corto plazo.

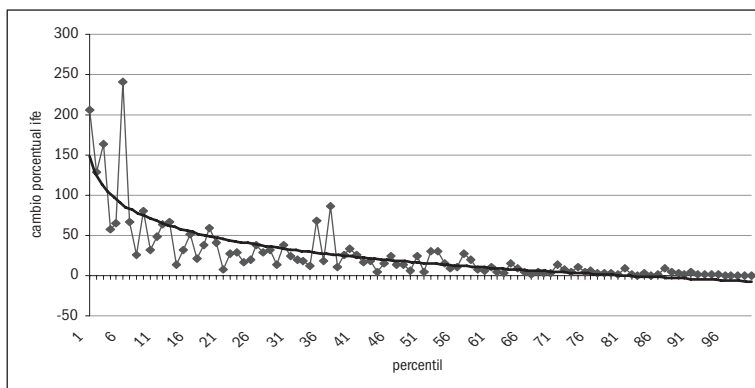
Por otro lado, el enfoque no paramétrico calcula ingresos simulados a partir de buscar individuos “similares”. Por ejemplo, si luego de un shock un individuo se mueve del desempleo al empleo será necesario asignarle un ingreso simulado. El enfoque no paramétrico buscaría un individuo con características observables similares (nivel educativo, sexo, edad) para asignarle un ingreso laboral simulado; una aplicación puede consultarse en Vos y De Jong (2003).

### Recuadro 3-1: Un Ejemplo de Microsimulación

A modo de ejemplo (ver Gasparini y Cicowiez, 2005), se muestra el tipo de resultados que puede generar una microsimulación paramétrica sin comportamiento. Se emplea la Encuesta Permanente de Hogares de Mayo de 2003 para simular el impacto que tendría una caída de la tasa de desempleo de 75%. En primer lugar, se elige de manera aleatoria a los individuos que modifican su situación laboral; como consecuencia, todo el procedimiento se repite varias veces computando promedios al finalizar. La estimación del ingreso laboral contrafáctico de los nuevos empleados se realiza utilizando los coeficientes de una ecuación de Mincer estimados econométricamente. Luego, se reconstruye el ingreso familiar equivalente (ife), el indicador de bienestar utilizado para el cómputo de la pobreza oficial en Argentina.

Como se mencionó, esta metodología sólo permite obtener resultados de primer orden. Es decir, no se consideran los cambios en el comportamiento de los agentes que pueden resultar como consecuencia de la caída en la tasa de desempleo –por ejemplo, podría reducirse la tasa de actividad de los hogares cuyo jefe pasa del desempleo al empleo.

**Gráfico 3-1: Curva de Incidencia del Crecimiento - reducción 75% tasa de desempleo**  
(cambio porcentual ingreso familiar equivalente por percentil de ife)



Fuente: elaboración propia.

El Gráfico 3-1 muestra los efectos distributivos del cambio simulado utilizando una curva de incidencia del crecimiento, que muestra el cambio proporcional en el ingreso de cada percentil de la distribución. En este caso, la curva de incidencia del crecimiento muestra que (1) todos los individuos incrementaron su nivel de ingreso —al ubicarse por sobre el eje horizontal, y (2) la caída de la tasa de desempleo tiene un efecto pro-pobre— por tener pendiente negativa. Así, los hogares con incrementos más importantes de ingreso familiar equivalente se encuentran en los percentiles más bajos de la distribución.

En términos agregados, se obtiene una caída de la pobreza de 5,4 puntos porcentuales, desde el 55% registrado en Mayo de 2003. En términos prácticos, esta microsimulación se reduce a generar un nuevo ingreso para cada individuo identificado en la EPH.

---

El STATA es, probablemente, el paquete estadístico-econométrico más ampliamente utilizado para la implementación de modelos de microsimulación.<sup>12</sup> El STATA es una herramienta orientada al trabajo con bases de datos que permite la manipulación, el análisis estadístico, y la presentación gráfica de información. Además, el STATA incorpora un potente lenguaje de programación; algo particularmente útil para la implementación de microsimulaciones. Además, al ser un software ampliamente utilizado en la disciplina, es posible acceder a aplicaciones codificadas en STATA desarrolladas por varios autores.

#### 4. La combinación Macro-Micro

En esta sección se discuten diferentes alternativas para la integración de modelos de CGE con microsimulaciones. Como se mencionó, los modelos macro-micro se emplean actualmente para evaluar los efectos distributivos de shocks económicos (por ejemplo, un aumento en el precio mundial de los alimentos) como así también de cambios de política (por ejemplo, una reducción de aranceles).

La metodología del equilibrio general computado provee la parte “macro” del enfoque macro-micro, aunque se trata de modelos de raíz microeconómica. Como se discutió más arriba, contempla la estructura sectorial, los instrumentos

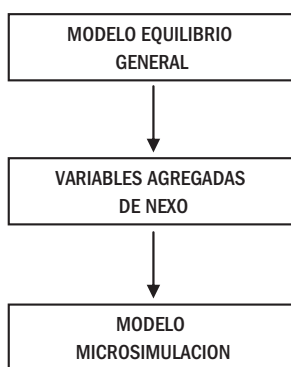
---

<sup>12</sup> En particular, del tipo de microsimulaciones que suelen utilizarse para la evaluación de políticas o cambios exógenos en países en desarrollo. Los modelos desarrollados para estudiar cuestiones relacionadas con los sistemas de jubilación e impuestos directos en países desarrollados suelen estar codificados en FORTRAN, C, C++, o algún otro lenguaje de programación de bajo nivel (ver Kendrick y Amman, 1999).

de política, los mercados factoriales con detalle institucional (por ejemplo, segmentación formal/informal), los mercados de productos, los patrones de consumo, el ahorro, la inversión, y el sector externo de la economía que se modela. Así, a nivel macro, un modelo macro-micro captura efectos de equilibrio general. Por su parte, las microsimulaciones corresponden a la parte “micro” del enfoque macro-micro. Así, a nivel micro, se capturan las heterogeneidades entre agentes económicos desagregados; típicamente, en términos de dotaciones factoriales, aunque también existen aplicaciones donde se enfatizan las diferencias en patrones de consumo.

Los componentes macro y micro suelen comunicarse mediante algunas variables agregadas como niveles de empleo, remuneraciones factoriales, y precios de los bienes (ver Figura 4-1). Los modelos macro-micro pueden clasificarse en tres tipos, de acuerdo al nexo que se establece entre ambos componentes: (1) integrados de abajo hacia arriba, (2) secuenciales de arriba hacia abajo, y (3) secuenciales con retroalimentación desde la Microsimulación hacia el CGE. En lo que sigue se describe cada uno de ellos.

Figura 4-1: La Interacción Macro-Micro



Si utilizamos el ejemplo anterior (ver Sección 3), la caída del desempleo se obtendría como resultado de una simulación de CGE, actuando como una de las variables agregadas de relación entre las partes macro y micro.

El análisis macro-micro permite, por definición, obtener ingresos simulados para todos los individuos/hogares identificados en los microdatos. Así, además de índices-resumen pueden evaluarse los cambios en cada tramo de la distribución del ingreso.

### **Integrado de abajo hacia arriba**

En un modelo macro-micro de tipo integrado se incrementa el número de hogares representativos en el CGE hasta incorporar a todos los hogares identificados en alguna encuesta del país que se modela. Como consecuencia, la microsimulación que se realiza en este enfoque es de tipo estructural, al asumir formas funcionales específicas para las preferencias de los hogares.

Entre los estudios representativos de esta variante del enfoque macro-micro se encuentran Cogneau y Robilliard (2006) y Cockburn (2006). En el primero de ellos se estudia el impacto de diversos shocks (crecimiento del sector formal, aumento de la productividad total de los factores en la agricultura, aumento del precio mundial de los productos agrícolas) sobre la distribución del ingreso en Madagascar. El modelo de CGE se calibra con una SAM que identifica 4.508 hogares, construida con información de una encuesta de hogares. Se identifican tres sectores productivos, cuatro productos, y tres factores de producción (tierra, capital, trabajo). En el modelo de CGE, la función de producción del sector agrícola, como así también las ecuaciones que determinan los ingresos laborales, son estimadas econométricamente en base a microdatos. En cambio, el resto del modelo se calibra de la manera tradicional. En este caso, los autores obtienen diferencias de importancia al comparar el enfoque macro-micro integrado con los que arrojaría la microsimulación por sí sola. La consideración de precios endógenos altera los resultados de manera sustancial.

En Cockburn (2006) se estudia el impacto que tendría una reducción unilateral de aranceles en Nepal; para ello, utiliza un CGE que identifica 3.373 hogares, 15 factores productivos, 15 sectores productivos, y 3 regiones. El autor simula el reemplazo de todos los aranceles por un impuesto uniforme al consumo, manteniendo constante la recaudación tributaria. El impacto más importante que tiene la reducción de aranceles es una caída en el precio de los alimentos, lo que beneficia a las familias urbanas al tiempo que perjudica a las que obtienen su ingreso de la agricultura. Así, la pobreza cae en las ciudades pero crece en las áreas rurales. Los resultados que obtiene muestran diferencias respecto de los que arrojaría un análisis de CGE con hogares representativos.

La codificación de un modelo de este tipo no presenta más dificultad que el caso donde sólo se identifican unos pocos hogares representativos. Por otro lado, la dificultad de implementar esta metodología radica en la necesidad de reconciliar los microdatos de una encuesta de hogares con los “macrodatos” de una matriz de contabilidad social. En particular, las magnitudes agregadas de una encuesta

de hogares usualmente difieren de las computadas por las cuentas nacionales (ver Deaton, 2004). Por ejemplo, en el caso de Argentina, en 2005 el ingreso de capital (i.e., el excedente bruto de explotación) según información de cuentas nacionales representó 47,4% del valor agregado nacional (INDEC, 2006); en cambio, según la Encuesta Permanente de Hogares (EPH), la participación de los ingresos de capital en los ingresos totales fue 1,9%. Por lo tanto, la implementación de un modelo macro-micro integrado para la Argentina requeriría la realización de importantes ajustes a los datos sobre ingresos de capital registrados en la EPH.

En la literatura se sugieren algunas alternativas metodológicas para reconciliar las encuestas de hogares con datos agregados, usualmente de cuentas nacionales. Entre ellas, se destaca la utilización del enfoque de entropía cruzada que proponen Robilliard y Robinson (2003); básicamente, consiste en modificar los factores de expansión de los microdatos de manera tal de hacer consistentes los agregados de la encuesta de hogares con aquellos registrados en la SAM. La implementación se realiza minimizando la distancia entre los ponderadores originales y los nuevos, que cumplen con las restricciones impuestas. Es decir, se busca alterar lo menos posible los factores de expansión originales de la encuesta de hogares.

En Annabi et al. (2005) se emplea un modelo dinámico recursivo o secuencial con 3.278 hogares para evaluar el impacto sobre pobreza de un escenario de liberalización comercial en Senegal; por tratarse de un modelo dinámico, permite considerar los efectos sobre la acumulación de capital. Los autores descomponen el efecto total sobre la pobreza en componentes atribuibles al crecimiento y a los cambios en la desigualdad. Los resultados que obtienen muestran diferencias entre el corto y el largo plazo, con aumentos y caídas de la pobreza, respectivamente. En términos sectoriales, se contraen los sectores inicialmente protegidos de la agricultura y la industria, lo que incrementa la pobreza a corto plazo. A largo plazo, la reducción arancelaria genera una mayor acumulación en los servicios y la industria, lo que impacta positivamente sobre la pobreza. Por su parte, la desigualdad se incrementa tanto a corto como a largo plazo, por el incremento relativo en los ingresos de los hogares urbanos y de los hogares no pobres en general. El enfoque de Annabi et al. (2005) es prometedor, aunque el modelado de la dinámica a nivel micro es relativamente simple. La discusión sobre modelos macro-micro dinámicos se retoma al discutir el enfoque secuencial para combinar un modelo de CGE con microsimulaciones.

El enfoque integrado es el único que ofrece consistencia teórica, al emplear un único modelo calibrado con una única base de datos que, por construcción, cumple con todas las condiciones que impone el equilibrio general. Sin embargo, la

metodología del CGE no permite considerar la riqueza del análisis microeconómico en el modelado de los comportamientos individuales. Por ejemplo, en el contexto de un modelo de CGE es difícil modelar la decisión de oferta laboral del cónyuge como función del estado laboral (ocupado/desocupado) del jefe de hogar.

La dificultad computacional que tiene la utilización del enfoque macro-micro integrado está relacionada con las dimensiones del modelo. Cuando se simulan shocks de magnitud importante –que llevarían al modelo a un equilibrio lejano del punto de partida– puede ocurrir que los algoritmos tipo Newton-Raphson que se emplean actualmente para resolver los sistemas de ecuaciones que representan el modelo de CGE no converjan; es decir, que no encuentren una solución. En general, este tipo de problemas están relacionados (a) con las dimensiones del modelo, y (b) con la no linealidad de las ecuaciones. En el primer caso, pueden agregarse las partes del modelo no relevantes para el análisis distributivo que desea realizarse (por ejemplo, pueden agregarse algunos sectores productivos). En el segundo caso, pueden utilizarse formas funcionales con menor grado de no linealidad; por ejemplo, Cobb-Douglas en lugar de Stone-Geary para modelar el consumo de los hogares (Savard, 2003).

En este sentido, el enfoque secuencial (ver más abajo) tiene la ventaja de no incrementar las dimensiones del modelo de CGE más allá de lo que podría llamarse un modelo típico (es decir, con sólo unos pocos hogares representativos, menos de 20). Sin embargo, es probable que el problema computacional que plantea el enfoque integrado pueda resolverse con avances en los instrumentos computacionales. Sin embargo, no es claro que también puedan resolverse las demás dificultades que presenta este enfoque.

El proceso de calibración del enfoque integrado no permite capturar muchas de las diferencias entre hogares, que sí están presentes en el análisis microeconómico propio del enfoque secuencial.

### **Secuencial de arriba hacia abajo**

El enfoque secuencial de arriba hacia abajo realiza una separación entre las partes macro y micro del enfoque macro-micro. En particular, se utiliza un modelo de CGE con unos pocos hogares representativos en combinación con un modelo de microsimulación que se emplea para obtener resultados distributivos. En el caso más simple, que se describe en este apartado, no existe retroalimentación desde las microsimulaciones hacia el CGE. Es decir, los resultados sólo van de arriba hacia abajo, desde el CGE hacia las microsimulaciones.



En este caso, cuando los resultados que arroja la microsimulación se agregan deberían ser consistentes, en alguna forma, con los resultados del CGE para las variables agregadas que comunican las dos etapas del modelado (ver Figura 1). Si la microsimulación es aritmética, los resultados del CGE se utilizan para imponer cambios en algunas variables. Por ejemplo, si el CGE muestra un incremento de 10% en los salarios del sector manufacturero, a los individuos que reportan estar ocupados en dicho sector simplemente se les aumenta en 10% su ingreso laboral. En cambio, cuando la microsimulación tiene algún tipo de comportamiento, se resuelve el modelo de microsimulación de forma tal que replique los resultados del CGE; es decir, se estima cuáles son los comportamientos individuales compatibles con los resultados del CGE.

En la literatura puede encontrarse gran cantidad de trabajos que utilizan la metodología macro-micro secuencial. En general, los modelos de CGE utilizados comparten varias características. En cambio, las metodologías de microsimulación utilizadas son bastante variadas. Por ejemplo, Ravallion y Lokshin (2008) utilizan un modelo de CGE combinado con microsimulaciones aritméticas para estimar el impacto de una reducción de aranceles en Marruecos. En cambio, Robilliard et al. (2008) utilizan una microsimulación con comportamiento para evaluar el impacto distributivo de la crisis financiera que afectó a Indonesia en 1997. En dicho trabajo, representativo del enfoque secuencial, se combina un modelo de CGE relativamente estándar con un modelo microeconómico que se utiliza, en la microsimulación, para determinar la elección de ocupación (cuentapropista, asalariada, inactivo) e ingreso contrafácticos.

El modelo de CGE de Robilliard et al. (2008) identifica 38 actividades, 14 productos, 14 factores primarios de producción, y 10 hogares representativos; se incorporan las restricciones macro a las que estaba sujeta la economía de Indonesia en 1997. En primer lugar, se resuelve el CGE para obtener los insumos que se utilizan en el modelo de generación de ingresos de la microsimulación. Se identifican ocho categorías de trabajo según ubicación geográfica (urbano/rural), sexo (hombre/mujer), y nivel de calificación (calificado/no calificado); esta desagregación se utiliza para comunicar resultados desde el CGE hacia las microsimulaciones. Las variables que emplean para comunicar ambas etapas del modelado son precios, salarios, y niveles de empleo.

A su vez, la microsimulación captura la heterogeneidad entre hogares en términos de fuentes de ingreso, dotaciones de capital humano, área de residencia, composición demográfica, y preferencias del consumidor. Los elementos más importantes de la microsimulación son una ecuación de Mincer para estimar (el logaritmo de) los

ingresos del trabajo asalariado de cada individuo en edad de trabajar, una ecuación para estimar el ingreso por trabajo no asalariado de los hogares, y ecuaciones para estimar la utilidad que cada individuo obtiene de ser cuentapropista o asalariado respecto a la situación de estar inactivo. En la microsimulación, todos los ingresos laborales de un determinado segmento del mercado laboral se ajustan en igual proporción según los resultados que arroja el modelo de CGE.<sup>13</sup> De manera similar, la utilidad de ser cuentapropista o asalariado se ajusta de forma tal de replicar los cambios en el empleo por categoría ocupacional del modelo de CGE.

Los autores muestran que los resultados varían respecto del caso donde sólo se utilizan hogares representativos para determinar los efectos distributivos del shock; al utilizar sólo el modelo de CGE encuentran efectos relativamente pequeños sobre pobreza y desigualdad. Así, este resultado muestra la relevancia que tiene considerar la distribución del ingreso al interior de cada hogar representativo cuando el objetivo es estimar el impacto sobre desigualdad y pobreza de un cambio de política.

En esta variante del enfoque macro-micro la consistencia entre las dos etapas del modelado se obtiene al aplicar los cambios porcentuales del CGE a las microsimulaciones. Sin embargo, desde un punto de vista teórico, sería preferible lograr consistencia mediante la utilización del mismo modelo estructural en el CGE y en las microsimulaciones (ver Flores (2008)). Por otro lado, existen razones prácticas que favorecen la utilización de esta metodología secuencial. En particular, no requiere la reconciliación de los microdatos (típicamente, obtenidos de encuestas de hogares) con los datos macroeconómicos que refleja una matriz de contabilidad social. Así, la transmisión de los resultados del CGE hacia la microsimulación se realiza como desvíos respecto del punto de partida. En este sentido, este enfoque sigue la recomendación de Deaton (2004) de utilizar las encuestas de hogares sin modificarlas —es decir, sin ajustarlas para replicar las magnitudes agregadas presentes en la SAM.

La desventaja del enfoque secuencial de arriba hacia abajo es que no considera la posible retroalimentación que puede existir desde la parte micro hacia la parte macro. Además, esta aproximación, cuando se la implementa con microsimulaciones aritméticas, puede resultar inadecuada cuando se simulan cambios no marginales que, se espera, modifiquen el comportamiento de los individuos. Sin embargo, abundan los estudios que realizan utilizan esta metodología.

---

<sup>13</sup> En la práctica, los autores modifican las constantes de las ecuaciones de ingreso, tanto del ingreso asalariado como del ingreso por cuenta propia.

La implementación computacional el enfoque secuencial implica combinar un modelo de CGE usualmente codificado en GAMS con microsimulaciones usualmente codificadas en STATA.

El enfoque secuencial puede utilizarse también en un contexto dinámico. Sin embargo, el desarrollo de microsimulaciones dinámicas para países en desarrollo es escaso. En principio, es relativamente simple implementar un envejecimiento de tipo estático, mediante la reponderación de los individuos en el tiempo (i.e., cambiando los factores de expansión presentes en las encuestas de hogares) a fin de replicar cambios demográficos estimados por fuera del modelo. Esta metodología ha sido aplicado en Bussolo et al. (2007), que introducen los resultados de un modelo de CGE multi-país dinámico recursivo en encuestas de hogares de varios países en desarrollo. El envejecimiento estático se implementa mediante la combinación de una encuesta de hogares con proyecciones sobre población, estructuras etáreas, o tasas de desempleo; no se modelan los procesos que generan dichos cambios como, por ejemplo, decisiones sobre fecundidad (ver Immervoll et al., 2005).

Es interesante notar que un modelo de CGE dinámico genera predicciones sobre la composición sectorial de la fuerza laboral, pudiendo incluir la diferenciación urbano/rural, formal/informal, entre las más importantes. Esta información podría emplearse para la implementación de una microsimulación dinámica con envejecimiento estático.

### **Secuencial con retroalimentación**

En Bourguignon y Savard (2008) se introduce una variante del enfoque secuencial de arriba hacia abajo, al agregar una retroalimentación desde la microsimulación hacia el modelo de CGE.<sup>14</sup> Los autores aplican la metodología para estimar el impacto distributivo que tendría una reducción arancelaria en Filipinas. Para ello, siguen los siguientes pasos. En primer lugar, estiman los efectos del cambio de política al nivel del modelo de CGE. Luego, alimentan un modelo de microsimulación de formas reducidas estimadas econométricamente con los cambios en los niveles de empleo e ingreso que arroja el CGE.

La primera iteración de este enfoque se corresponde con el enfoque secuencial “de arriba hacia abajo”. Lo que se agrega es la retroalimentación del CGE con resultados provistos por la microsimulación. Luego de simular el shock por primera vez,

---

<sup>14</sup> La presentación original del enfoque puede consultarse en Savard (2003).

se agregan los resultados individuales de la microsimulación para transmitirlos al CGE. Luego, el CGE se ajusta a estos valores, transmitiendo nuevamente sus resultados a la microsimulación. El procedimiento finaliza cuando se logra la consistencia entre los resultados de una y otra etapa.<sup>15</sup> En las iteraciones desde la microsimulación hacia el CGE se modifica la regla de cierre del CGE de forma tal que el consumo de los hogares como así también la oferta laboral son exógenos, al tiempo que se eliminan del modelo las ecuaciones que los determinan. En la microsimulación, entonces, los precios de bienes y factores son exógenos, mientras que el ingreso, el consumo, y la oferta laboral de los hogares son endógenos.

Este enfoque tiene entre sus ventajas, al igual que el anterior, que puede acomodar cualquier nivel de desagregación al nivel micro, a diferencia del enfoque integrado discutido más arriba. Además, permite gran flexibilidad para especificar las decisiones individuales sobre consumo y oferta laboral. En particular, Bourguignon y Savard (2008) implementan un modelo microeconómico que identifica los segmentos formal e informal del mercado laboral. Así, cada individuo puede elegir entre tres situaciones: ofrecer trabajo en el segmento formal, emplearse en el segmento informal, o permanecer inactivo. Las iteraciones de abajo hacia arriba utilizan como insumo para el CGE los resultados agregados de la microsimulación. Es decir, los que surgen de sumar magnitudes a través de todos los hogares que aparecen en los microdatos utilizados como insumo para la microsimulación.

Los autores encuentran que, con mercados competitivos, la primera iteración brinda resultados similares al enfoque secuencial de arriba hacia abajo sin retroalimentación. En cambio, cuando se introduce alguna rigidez salarial, los resultados del modelo completo difieren de los que se obtienen realizando una única iteración macro-micro.

En esta categoría se ubica también el trabajo de Rutherford et al. (2005), que descompone el modelo macro-micro integrado en dos partes. Por un lado, la parte macro consiste en un modelo de CGE con extensiones para considerar la eliminación de las barreras a la inversión extranjera directa en el sector productor de servicios. La parte micro es, en realidad, un modelo computacional de equilibrio parcial que desagrega el comportamiento del hogar representativo contenido en el CGE. En particular, implementan una microsimulación estructural con consumidores que maximizan su utilidad al igual que su contraparte en el modelo de CGE.

---

<sup>15</sup> Los autores logran una convergencia de los resultados luego de, aproximadamente, 12 iteraciones, dependiendo de la simulación que realicen.

La microsimulación viene dada, entonces, por funciones de demanda que determinan el consumo de cada bien por parte de cada hogar, para un vector de precios dado por el modelo de CGE. Así, los componentes del enfoque macro-micro comparten el vector de precios; endógeno en el CGE pero exógeno en la microsimulación. El objetivo del trabajo es estimar el efecto sobre la pobreza que tendría el acceso de Rusia a la Organización Mundial de Comercio.

El algoritmo que utilizan estos autores para alcanzar el equilibrio macro-micro consiste en la iteración entre los componentes macro y micro hasta que las diferencias en términos de consumo total de uno y otro sea menor que un umbral dado. Se realizan cálculos de pobreza y desigualdad a partir de información sobre el consumo de cada uno de los 55.000 hogares identificados en el modelo micro.

Los autores comparan los resultados del enfoque integrado con aquellos que arroja el enfoque secuencial; encuentran diferencias poco importantes siempre que los datos utilizados en una y otra etapa del modelado hayan sido reconciliados. En particular, encuentran que la mayor parte del resultado final se captura satisfactoriamente en la primera iteración, siempre que las magnitudes macro de la SAM y la encuesta de hogares coincidan. Es decir, si los microdatos son consistentes con la información empleada para calibrar el CGE, la retroalimentación micro-macro no modifica los resultados de forma sustancial.

El enfoque con retroalimentación ha sido poco utilizado en la literatura. Es, sin embargo, bastante prometedor, al permitir que exista consistencia completa macro-micro pero explotando al mismo tiempo la riqueza del análisis microeconómico en la microsimulación. Además, utilizando la metodología propuesta por Bourguignon y Savard (2008), no es necesario reconciliar los datos de encuestas de hogares con aquellos contenidos en la SAM que se emplea para calibrar el modelo de CGE.

### **Aplicaciones en Argentina**

No son muchas las aplicaciones de la metodología macro-micro para la Argentina. Entre los trabajos publicados, se destacan Díaz-Bonilla et al. (2006) que utilizan un modelo de CGE calibrado con una SAM para 1993 combinado con una microsimulación sin comportamiento para evaluar el impacto sobre pobreza y desigualdad que tuvo la apertura comercial de los años noventa. Los autores encuentran que la liberalización comercial reduce la pobreza a través de un incremento en los niveles de empleo.

En Cicowiez et al. (2008) se implementa el modelo MAMS (Maquette for MDG Simulations) combinado también con microsimulaciones aritméticas sin comportamiento para evaluar distintas alternativas de financiamiento para alcanzar los Objetivos de Desarrollo del Milenio en 2015. Los autores encuentran que incrementar el gasto público en los ODM puede impactar negativamente sobre la pobreza, dependiendo del instrumento de financiamiento que se utilice.

Por su parte, en Cicowiez et al. (2009) también se combina un modelo de CGE con microsimulaciones para evaluar el impacto de la eliminación de las distorsiones al comercio internacional de productos agrícolas. Los autores encuentran, entre otros resultados, que la eliminación multilateral de los aranceles a las importaciones agrícolas impactaría positivamente sobre la Argentina, reduciendo la tasa de pobreza extrema en 3,4 por ciento. Por sí solo, el modelo de CGE que utilizan los autores no permite computar efectos sobre pobreza y desigualdad.

## **5. Comentarios finales**

La evaluación con modelos de CGE de los efectos distributivos de cambios de política se inició hacia finales de los años setenta. Sin embargo, esas primeras aplicaciones no capturaban los cambios en la desigualdad al interior de cada hogar representativo identificado. En los últimos diez años la economía computacional contribuyó al estudio del impacto distributivo de las políticas públicas aportando modelos que capturan los efectos de equilibrio general con un alto nivel de desagregación.

También recientemente, la síntesis macro-micro evaluada en este trabajo aparece como la herramienta más utilizada para evaluar los efectos distributivos de diversos tipos de shocks económicos, tanto de política como exógenos (Kraev y Akolgo, 2005; Bourguignon et al., 2008). Como se desprende de los ejemplos revisados, la mayor parte de las aplicaciones del enfoque macro-micro ha evaluado cambios en el comercio internacional; en la mayoría de los casos, producto de la reducción de aranceles. Asimismo, se realizaron también varias aplicaciones para evaluar el impacto de cambios en el precio mundial de los productos alimenticios. Sin embargo, es esperable que la utilización del enfoque macro-micro se extienda a otras áreas (ver, por ejemplo, Vos et al., 2008).

Como se mostró, existen distintos tipos de modelos macro-micro. Por un lado, los modelos CGE-Microsimulaciones integrados extienden el enfoque más tradicional de equilibrio general computado agregando tantos hogares representativos como lo permitan los datos –básicamente, se agregan tantos hogares

representativos como hogares se identifiquen en alguna encuesta de hogares del país que se modela. La ventaja de esta metodología es que realiza la evaluación distributiva de shocks económicos empleando un único modelo, lo que hace transparente al análisis. Este enfoque, sin embargo, no incorpora la riqueza del análisis microeconómico. En particular, la metodología del CGE tiene varias limitaciones para modelar las decisiones individuales sobre oferta laboral. Adicionalmente, la implementación del enfoque integrado requiere que exista consistencia entre los macrodatos de la SAM y los microdatos de la encuesta de hogares. En la práctica, uno y otro tipo de estadísticas muestran diferencias notables, particularmente en la captación de los ingresos no laborales. Por lo tanto, se requieren ajustes de importancia en los datos que se utilizan para calibrar un modelo macro-micro integrado.

Por su parte, el enfoque secuencial combina la metodología del CGE con las microsimulaciones pero manteniendo ambas etapas del modelado separadas. Así, es posible utilizar modelos microeconómicos para modelar, con mayor realismo, las decisiones individuales sobre oferta laboral en respuesta a cambios en precios, salarios, y condiciones de empleo; por ejemplo, la decisión de ofrecer trabajo del cónyuge puede estar en función de la situación ocupacional del jefe de hogar. La implementación de este enfoque tiene, como ventaja práctica, que no requiere la igualdad entre las magnitudes agregadas que surgen de los datos micro y los datos macro. Adicionalmente, existen aplicaciones del enfoque secuencial que agregan una retroalimentación desde las microsimulaciones hacia el CGE, a fin de incrementar la consistencia del enfoque macro-micro.

Finalmente, cabe destacar que la mayor parte de las aplicaciones del enfoque macro-micro son estáticas, aunque muchos de los interrogantes que intentan contestar tienen un componente dinámico de importancia. Es esperable, entonces, que en los próximos años se desarrollen los modelos macro-micro dinámicos.

## Bibliografía

- Adelman, Irma y Robinson, Sherman (1978). *Income Distribution Policy in Developing Countries*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Agénor, Pierre-Richard; Izquierdo, Alejandro y Jensen, Henning Tarp (2007). *Adjustment Policies, Poverty, and Unemployment: The IMMPA Framework*. Blackwell Publishing.
- Amman, Hans M.; Kendrick, David A. y Rust, John (eds.) (1996). *Handbook of Computational Economics* (Vol. 1). Amsterdam: North Holland.
- Annabi, Nabil; Cissé, Fatou; Cockburn, John y Decaluwé, Bernard. "Trade Liberalisation, Growth and Poverty in Senegal: A Dynamic Microsimulation CGE Model Analysis." CIRPEE Working Paper 05-12.

- Atkinson, Anthony B. (1997). "Bringing Income Distribution in From the Cold." *Economic Journal* 107: 297-321.
- Boccanfuso, Dorothée; Decaluwé, Bernard y Savard, Luc (2008). "Poverty, Income Distribution and CGE Micro-Simulation Modeling: Does the Functional Form of Distribution Matter?" *Journal of Economic Inequality* 6 (2): 149-184.
- Bourguignon, François y Ferreira, Francisco H. G. (2003). "Ex Ante Evaluation of Policy Reforms Using Behavioral Models." In Bourguignon, Francois y Pereira da Silva, Luiz A. (eds.) *Techniques and Tools for Evaluating the Poverty Impact of Economic Policies*. World Bank and Oxford University Press.
- Bourguignon, Francois y Savard, Luc (2008). "Distributional Effects of Trade Reform: An Integrated Macro-Micro Model Applied to the Philippines." In Bourguignon, F.; Bussolo, M. y Pereira da Silva, L. A. *The Impact of Macroeconomic Policies on Poverty and Income Distribution: Macro-Micro Evaluation Techniques and Tools*. World Bank and Palgrave Macmillan.
- Bourguignon, François; Bussolo, Maurizio y Pereira da Silva, Luiz Awazu (eds.) (2008). *The Impact of Macroeconomic Policies on Poverty and Income Distribution: Macro-Micro Evaluation Techniques and Tools*. Introduction: Evaluating the Impact of Macroeconomic Policies on Poverty and Income Distribution. World Bank and Palgrave Macmillan.
- Bourguignon, François; Ferreira, Francisco H. G. y Leite, Phillippe G. (2003). "Conditional Cash Transfers, Schooling and Child Labor: Micro-Simulating Bolsa Escola." DELTA Working Paper 2003-07.
- Brooke, Anthony; Kendrick, David; Meeraus, Alexander y Raman, Ramesh (2008). *GAMS: A User's Guide*. GAMS Development Corporation.
- Bussolo, Maurizio; De Hoyos, Rafael E.; Medvedev, Denis y van der Mensbrugge, Dominique (2007). "Global Growth and Distribution: Are China and India Reshaping the World?." World Bank The Policy Research Working Paper 4392.
- Chen, Shaohua y Ravallion, Martin (2004). "Welfare Impacts of Morocco's Accession to the WTO." *World Bank Economic Review* 74: 829-836.
- Chisari, Omar O. y Romero, Carlos (1996). "Distribución del Ingreso, Asignación de Recursos y Shocks Macroeconómicos. Un Modelo de Equilibrio General Computado para la Argentina en 1993." Serie Financiamiento del Desarrollo 36. CEPAL.
- Chisari, Omar O.; Estache, Antonio y Romero, Carlos (1999). "Winners and Losers from the Privatization and Regulation of Utilities: Lessons from a General Equilibrium Model of Argentina." *The World Bank Economic Review* 13 (2).
- Chisari, Omar O.; Estache, Antonio y Romero, Carlos (2007). "Lessons from Computable General Equilibrium Models Applied to Regulatory Economics." Chisari, Omar O. (ed.). *Regulatory Economics and Quantitative Methods: Evidence from Latin America*. (2007), E. Elgar.
- Cicowiez, Martín; Díaz-Bonilla, Carolina y Díaz-Bonilla, Eugenio (2009). "Impacts of Trade Liberalization on Poverty and Inequality in Argentina." World Bank Agricultural Distortions Working Paper 105.
- Cicowiez, Martín; Gasparini, Leonardo y Di Gresia, Luciano (2008). "Argentina – Políticas Públicas y Objetivos de Desarrollo del Milenio." UQBAR.
- Creedy, John y Kalb, Guyonne (2006). *Labor Supply and Microsimulation: The Evaluation of Tax Policy Reforms*. Edward Elgar.
- Deaton, Angus (2004). "Measuring Poverty in a Growing World (Or Measuring Growth in a Poor World)." *Review of Economics and Statistics* 87 (1): 1-19.
- Decaluwé, B.; Patry, A.; Savard, L. y Thorbecke, E. (1999). "Poverty Analysis Within a General Equilibrium Framework." CRÉFA Working Paper 99-09.



- Dervis, Kemal; Melo, de, Jaime y Robinson, Sherman (1982). *General Equilibrium Models for Development Policy*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Díaz-Bonilla, Carolina; Díaz-Bonilla, Eugenio; Piñeiro, Valeria y Robinson, Sherman (2006). "The Convertibility Plan, Trade Openness, and Employment in Argentina: A Macro-Micro Simulation of Poverty and Inequality." Vos, R.; Ganuza, E.; Morley, S. y Robinson, S. (eds.). *Who Gains from Free Trade? Export-led Growth, Inequality and Poverty in Latin America*. London and New York: Routledge.
- Dimaranan, Betina y Narayanan, Badri (2008). *GTAP 7 Data Base Documentation - Chapter 12.B: Skilled and Unskilled Labor Data*. Global Trade Analysis Project.
- Dixon, Peter B y Parmenter, B. R. (1996). "Computable General Equilibrium Modeling for Policy Analysis and Forecasting." Amman, H. M.; Kendrick, D. A. y Rust, J. (eds.). *Handbook of Computational Economics* (Vol. 1). Amsterdam: North-Holland.
- Flôres, Renato G. Jr (2008). "Trade and Poverty in Latin American Countries: Conceptual and Methodological Challenges." Cockburn, John y Giordano, Paolo (eds.). *Trade and Poverty in the Developing World*. Poverty and Economic Policy (PEP) Research Network.
- Gasparini, Leonardo y Cicowicz, Martín (2005). "Meeting the Poverty-Reduction MDG in the Southern Cone." CEDLAS.
- Gunter, Bernhard G.; Cohen, Marc J. y Lofgren, Hans (2005). "Analysing Macro-Poverty Linkages: An Overview." *Development Policy Review* 23 (3): 243-265.
- Harberger, Arnold C. (1962). "The Incidence of the Corporation Income Tax." *The Journal of Political Economy* 70 (3): 215-240.
- Harding, Ann y Gupta, Anil (eds.) (2007). *Modelling our Future, Volume 15: Population Ageing, Social Security and Taxation*. Elsevier Science.
- Harrison, Jill y Pearson, Ken (2002). *Gempack User Documentation: An Introduction to GEMPACK*. Centre of Policy Studies and Impact Project. Monash University, Melbourne, Australia.
- Hertel, Thomas W. (ed.) (1997). *Global Trade Analysis: Modeling and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hertel, Thomas W. y Winters, L. Alan (eds.) (2005). *Poverty And the WTO: Impacts of the Doha Development Agenda*. World Bank Publications.
- Immervoll, Herwig; Lindström, Klas; Mustonen, Esko; Riihelä, Marja y Viitamäki, Heikki (2005). "Static Data "Ageing" Techniques: Accounting for Population Changes in Tax-Benefit Microsimulation Models." EUROMOD Working Paper EM7/05.
- INDEC (2001). *Matriz Insumo Producto Argentina 1997*. Instituto Nacional de Estadística y Censos.
- INDEC (2006). "Generación del Ingreso e Insumo de Mano de Obra: Fuentes, Métodos y Estimaciones Años 1993 – 2005." Dirección Nacional de Cuentas Nacionales. INDEC.
- Johansen, Leif (1960). *A Multi-Sectoral Study of Economic Growth*. Amsterdam: North-Holland.
- Kendrick, David A. y Amman, Hans M. (1999). "Programming Languages in Economics." *Computational Economics* 14 (1-2): 151-181.
- Kendrick, David A.; Mercado, P. Ruben; Amman, Hans M. (2005). *Computational Economics*. Princeton University Press.
- Kraev, Egor y Akolgo, Bishop (2005). "Assesing Modelling Approaches to the Distributional Effects of Macroeconomic Policy." *Development Policy Review* 23 (3): 299-312.
- Lloyd, Rachel (2007). STINMOD: "Use of a Static Microsimulation Model in the Policy Process in Australia." Harding, A. y Gupta, A. (eds.). *Modelling our Future, Volume 15: Population Ageing, Social Security and Taxation*. Elsevier Science.
- Lofgren Hans; Robinson, Sherman y El-Said, Moataz (2003). "Poverty and Inequality Analysis in a General Equilibrium Framework: The Representative Household Approach." Bourguignon, Fran-

- cois y Pereira da Silva, Luiz A. (eds.) *Techniques and Tools for Evaluating the Poverty Impact of Economic Policies*. World Bank and Oxford University Press.
- Lofgren, Hans; Lee Harris, Rebecca y Robinson, Sherman (2002). "A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS." *Microcomputers in Policy Research* 5. International Food Policy Research Institute (IFPRI).
- Lucas, Robert E. Jr (1976). "Econometric Policy Evaluation: A Critique." *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 1: 19-46.
- Mitra-Kahan, Benjamín H. (2008). "Debunking the Myths of Computable General Equilibrium models." Schwartz Center for Economic Policy Analysis Working Paper 2008-1.
- Morrison, Richard J. (2000). "Overview of DYNACAN: A Full-Fledged Canadian Actuarial Stochastic Model Designed for the Fiscal and Policy Analysis of Social Security Schemes." Mimeo.
- Orcutt Guy, H. (1957). "A New Type of Socio-Economic System." *Review of Economics and Statistics* 39 (2): 116-123.
- Ravallion, Martin y Lokshin, Michael (2008). "Winners and Losers from Trade Reform in Morocco." Bourguignon, F.; Bussolo, M. y Pereira da Silva, L. A. *The Impact of Macroeconomic Policies on Poverty and Income Distribution: Macro-Micro Evaluation Techniques and Tools*. World Bank and Palgrave Macmillan.
- Robinson, S. (1989). "Multisectoral Models." Chenery, H. y Srinivasan, T. N. (eds.). *Handbook of Development Economics* (Vol. 2). Amsterdam: North Holland.
- Robinson, Sherman (1991). "Macroeconomics, Financial Variables, and Computable General Equilibrium Models." *World Development* 19 (11): 1509-1525.
- Round, Jeffery I. (2003). "Constructing SAMs for Development Policy Analysis: Lessons Learned and Challenges Ahead." *Economic Systems Research* 15 (2): 161-183.
- Rutherford, Thomas F. (1999). "Applied General Equilibrium Modeling with MPSGE as a GAMS Subsystem: An Overview of the Modeling Framework and Syntax." *Computational Economics* 14 (1-2): 1-46.
- Rutherford, Thomas; Tarr, David y Shepotylo, Oleksandr (2007). "The Impact on Russia of WTO Accession and the Doha Agenda: The Importance of Liberalisation of Barriers against Foreign Direct Investment in Services for Growth and Poverty Reduction?" In Winters, L. A. (ed.). *The WTO and Poverty and Inequality*. Cheltenham, UK: Edgar Elgar Publishing.
- Savard, Luc (2003). "Poverty and Income Distribution in a CGE-Household Micro-Simulation Model: Top-Down/Bottom Up Approach." CIRPEE Working Paper 03-43.
- Scarf, Herbert E. (1967). "On the Computation of Equilibrium Prices." Feliner, W. (ed.), *Ten Economic Studies in the Tradition of Irving Fisher*. New York: Wiley.
- Scarf, Herbert E. (1969). "An Example of an Algorithm for Calculating General Equilibrium Prices." *American Economic Review* 59 (4): 669-677.
- Shoven, John B. y Whalley, John (1972). "A General Equilibrium Calculation of the Effects of Differential Taxation of Income from Capital in the U.S." *Journal of Public Economics* 1 (3-4): 281-321.
- Shoven, John B. y Whalley, John (1984). "Applied General-Equilibrium Models of Taxation and International Trade: An Introduction and Survey." *Journal of Economic Literature* 22: 1007-1051.
- Shoven, John B. y Whalley, John (1992). *Applying General Equilibrium*. Cambridge University Press.
- Spadaro, Amedeo y Bourguignon, François J. (2006). "Microsimulation as a Tool for Evaluating Redistribution Policies." *Journal of Economic Inequality* 4 (1): 77-106.
- Sutherland, Holly (ed.) (2001). "Final Report EUROMOD: An Integrated European Benefit-Tax Model." EUROMOD Working Paper EM9/01. University of Essex.
- Tesfatsion, Leigh y Judd, Kenneth L. (2006). *Handbook of Computational Economics* (Vol. 2). Amsterdam: North Holland.

- Vos, Rob y De Jong, Niek (2003). "Trade Liberalization and Poverty in Ecuador: a CGE. Macro-Microsimulation Analysis." *Economic Systems Research* 15 (2): 211-232.
- Vos, Rob; Ganuza, Enrique; Lofgren, Hans; Sánchez, Marco V. y Díaz-Bonilla, Carolina (eds.) (2008). *Políticas Públicas para el Desarrollo Humano*. UQBAR.
- Vos, Rob; Ganuza, Enrique; Morley, Samuel y Robinson, Sherman (2006). *Who Gains from Free Trade? Export-led Growth, Inequality and Poverty in Latin America*. London and New York: Routledge.
- Winters, L. Alan (2000). "Trade, Trade Policy and Poverty: What Are The Links?" CEPR Discussion Paper 2382.

## 4. MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL DINÁMICO Y ESTOCÁSTICO (EGDE): UNA INTRODUCCIÓN<sup>1</sup>

**GUILLERMO J. ESCUDÉ**

*Banco Central de la República Argentina*

### 1. Introducción

Los modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (EGDE) se han convertido en forma creciente en los últimos años en un vehículo para sistematizar, analizar y proyectar complejos procesos económicos susceptibles del ser analizados con métodos cuantitativos modernos, incluyendo el análisis de las políticas macroeconómicas. Parten de la tradición del equilibrio general comenzado con Walras y modernizado con métodos matemáticos y conceptos económicos desarrollados posteriormente. En particular, se suelen especificar el comportamiento de agentes económicos: familias, empresas, gobierno, etc. así como los mercados en que interactúan, especificando la estructura de cada mercado. En la literatura macroeconómica lo más común es que coexistan mercados con competencia perfecta (con o sin libre entrada) con mercados con competencia monopolística. Este último concepto, generado por Chamberlin en los años 40 del siglo XX, pudo ser tratado en forma matemática más clara a partir del trabajo de Dixit y Stiglitz (1977).<sup>2</sup> En los modelos microfundados el comportamiento de (al menos) los agentes privados es modelado en base a objetivos (utilidad, beneficios) y restricciones (presupuestarias y/u otras) explícitos.

En el caso de modelos en que las autoridades ejercen una política económica (monetaria, cambiaria, fiscal, etc.), ésta puede representarse a través de una regla

---

<sup>1</sup> Agradezco a Omar O. Chisari por su estímulo para escribir este trabajo y a Nicolás Grosman por sus comentarios sobre el primer borrador del mismo. Fue escrito como contribución al libro “Progresos en Economía Computacional”, editado por Omar O. Chisari, Asociación Argentina de Economía Política y presentado en la Academia Nacional de Ciencias Económicas el 29 de agosto de 2008 y en la Reunión Anual de la A.A.E.P. el 19 de noviembre del mismo año.

<sup>2</sup> Véase también Blanchard y Kiyotaki (1987), así como la colección de modelos en Bénassy (2002) que están presentados en forma muy pedagógica.

de política simple, la cual puede o no tener retroalimentación (feedback). Por ejemplo, en el caso de una “regla de Taylor” para la política de tasa de interés de un Banco Central, éste determina la tasa de interés como función de otras variables endógenas como la inflación o el PIB. Tales variables retroalimentan a la determinación de la tasa de interés. En cambio, si se representa una política de tipo de cambio fijo, el Banco Central mantiene el tipo de cambio nominal constante y no hay retroalimentación. En lugar de una regla de política simple, el fijador de políticas puede tener una regla de política óptima. En este caso se explicita una función objetivo que representa las preferencias del fijador de políticas y se obtiene una regla de retroalimentación que surge de optimizar el valor esperado de la función objetivo bajo las restricciones que impone el resto de la economía.

Una aplicación particularmente importante de los modelos EGDE a la macroeconomía es el desarrollo de los modelos Nuevo Keynesianos. Éstos han encontrado maneras convenientes de modelar la “pegajosidad de precios” (*price stickiness*). La más usual es la que surge de Calvo (1983) y consiste en asignar a los infinitos productores monopolísticos una probabilidad  $\alpha$  de no poder modificar el precio en cualquier período dado. Esto genera una dicotomía entre los productores que eligen el precio que maximiza su beneficio esperado y los productores que deben contentarse con mantener el precio del período anterior. Y da lugar a la Ecuación de Phillips Nuevo Keynesiana. Desarrollos posteriores han permitido que dicha ecuación se ajuste mejor a los datos mediante una ampliación del esquema para permitir que los productores que no pueden optimizar en el presente puedan al menos indexar sus precios a la inflación pasada, existiendo diversas variantes concretas.

Por limitaciones de espacio, en este trabajo nos limitaremos a sintetizar los principales conceptos que subyacen a los modelos EGDE en general, incluyendo su calibración y estimación, y a desarrollar e implementar en Dynare/MATLAB un modelo EGDE muy sencillo, sin gobierno y sin “pegajosidad de precios”. Por consiguiente, no tendremos lugar para reglas de política ni para la ecuación de Phillips. Dichas ampliaciones, y muchas otras, pueden verse en Walsh (2003) y en Woodford (2003). El plan del resto del trabajo es el siguiente. En la sección 2 hacemos una descripción general de los modelos EGDE y en la sección 3 le damos una cierta estructura matemática a tales modelos, su aproximación lineal o log-lineal, y su solución. En la sección 4 detallamos un modelo macroeconómico sencillo, donde hay competencia monopolística en la producción de bienes, y encontramos su estado estacionario no estocástico (EENE). En la sección 5 se muestra cómo utilizar Dynare/Matlab para resolver el modelo de la sección anterior y realizar simulaciones estocásticas.

En la sección 6 se presentan conceptos básicos de la estimación Bayesiana de un modelo EGDE. En la sección 7 se muestra como utilizar Dynare/Matlab para estimar los parámetros del modelo. La sección 8 concluye el trabajo.

## 2. Formulación de los modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (EGDE)<sup>3</sup>

En la modelación del comportamiento humano, las expectativas para el futuro constituyen una importante complicación con respecto a la forma de modelar los procesos dinámicos en las ciencias naturales. En las últimas décadas, la llamada revolución de las Expectativas Racionales ha permitido una primera forma rigurosa de modelar las expectativas, dando lugar a la distinción entre las variables predeterminadas y las no-predeterminadas. Los equilibrios dinámicos en modelos económicos que tienen variables definidas como expectativas de acontecimientos futuros constituyen senderos de ensilladura (*saddlepaths*) que tienden hacia un estado estacionario que constituye un punto de ensilladura (*saddlepoint*). Mientras el valor de las variables predeterminadas está ligado al de su valor en el pasado, el valor de las no-predeterminadas está determinado por el salto necesario para ubicarse en un sendero no explosivo (ver Begg, 1982). Por eso también son llamadas variables de salto. En esencia, los métodos de solución de los modelos EGDE utilizan el sendero de ensilladura del modelo aproximado linealmente para eliminar las variables de salto y obtener la solución dinámica en términos de las variables predeterminadas. El equivalente de las expectativas racionales en los modelos de equilibrio general dinámicos determinísticos (o sea, no estocásticos), es el supuesto de previsión perfecta. En este caso se supone que los agentes conocen el modelo de la economía y forman previsiones correctas con respecto al futuro.

Bajo expectativas racionales también se supone que los agentes conocen el modelo de la economía. Pero, como se trata de un modelo estocástico, es el valor esperado (en el sentido probabilístico) por los agentes para las variables futuras el que debe coincidir con los valores que se derivan de la solución del modelo. Pues se supone que los agentes conocen las distribuciones de probabilidades supuestas para las variables estocásticas que afectan al modelo pero no las realizaciones

---

<sup>3</sup> Esta sección (y en parte también la próxima) puede no resultar del todo comprensible para el lector que no está familiarizado con los modelos EGDE. Pero ello no debe desalentarlo. Lo que aconsejo es darle una primera leída en este punto y releerla luego de haber leído el resto del trabajo. Muchos puntos que posiblemente resulten confusos en la primera leída se comprenderán en la segunda.

particulares de esas variables. Más recientemente se ha desarrollado una generalización del modelo de expectativas racionales mediante los modelos de aprendizaje (*learning*). En estos los agentes van aprendiendo sobre la marcha cómo ajustar sus expectativas de manera que las expectativas racionales sólo se obtienen como límite de ese proceso. (Véase Evans y Honkapohja. 2001).

Para formular modelos EGDE se comienza modelando los procesos decisivos de los agentes económicos (privados y/o públicos) mediante problemas de optimización estocástica. Esto da lugar a condiciones de primer orden (como la ecuación de Euler del proceso de decisión de una familia). También se obtienen otras ecuaciones como condiciones de equilibrio de mercados, identidades entre variables (como la definición de la tasa de inflación en términos de los niveles de precio en los períodos  $t$  y  $t-1$ ), reglas de política, etc. Algunas de las ecuaciones típicamente contienen funciones auxiliares no microfundadas, como primas de riesgo, costos de transacción, costos de ajuste, etc., que podrían ayudar a hacer la dinámica del modelo más ajustada a la dinámica observada de las variables involucradas.

Algunas de las ecuaciones del modelo estarán influenciadas por perturbaciones estocásticas (para que el modelo sea de EGDE y no simplemente EGD). Es usual que al menos algunas de las ecuaciones contengan variables exógenas dotadas de una dinámica representada por procesos estocásticos autoregresivos (típicamente AR(1)). Tales ecuaciones pueden simplemente adicionarse a las ecuaciones que surgen de la teoría y entonces las variables correspondientes pueden ser tratadas como las demás variables endógenas.

El modelo dinámico normalmente contiene diversos parámetros: algunos provenientes de la teoría (como el factor de descuento intertemporal o diversas elasticidades), algunos contenidos en las funciones auxiliares, y otros provenientes de los procesos estocásticos exógenos (como los coeficientes de persistencia o las varianzas –y quizás covarianzas– de las variables estocásticas i.i.d. que afectan a tales ecuaciones). Una parte importante del proceso de construcción y solución de modelos EGDE que estamos describiendo consiste en darles valores numéricos a los parámetros. Ello puede hacerse mediante calibración o mediante estimación econométrica. En realidad, típicamente se calibra por lo menos un subconjunto de los parámetros. Y a veces se estima econométricamente a otro subconjunto. La necesidad de calibrar en forma directa a algunos de los parámetros responde a los problemas de identificación que usualmente presentan los modelos EGDE, los que dificultan la estimación econométrica. Para la calibración, puede utilizarse los grandes ratios del estado estacionario de la economía particular que se desea modelar (Consumo/PIB, etc.), o bien valores de parámetros provenientes de

estudios anteriores parecidos, o provenientes de estudios microeconómicos relevantes. En el caso de estimación econométrica pueden utilizarse métodos clásicos (“frecuentistas”) o métodos Bayesianos. Es cada vez más frecuente el uso de métodos Bayesianos para obtener los valores estimados de algunos de los parámetros de los modelos EGDE. Los métodos Bayesianos permiten complementar la información contenida en los datos (series de tiempo) con información experta del investigador a través de la elección atinada de distribuciones a priori.

Cuando hay variables nominales o crecimiento, muchas de las variables no serán estacionarias (en el sentido de las series de tiempo). Por ello, para obtener una solución del modelo es necesario previamente transformar a muchas de las variables para que sean estacionarias. En particular, se suele expresar a las variables en términos reales, dividiéndolas por un índice de precios representativo de la evolución de las variables nominales. Y cuando hay crecimiento se debe transformar a las variables que crecen (en forma ya sea determinística ya sea estocástica) para convertirlas en estacionarias (eliminando la tendencia o dividiéndolas por una variable representativa del crecimiento, como puede ser una variable de productividad que tiene tendencia estocástica).

Los modelos dinámicos cuyas variables son estacionarias suelen tener un “estado estacionario no estocástico” (EENE)<sup>4</sup> que describe la situación (estática) hacia la cual tiende la economía en el largo plazo cuando las variables estocásticas adoptan sus valores medios. En la metodología usual aplicada a los modelos EGDE es necesario obtener el EENE del modelo para obtener su solución. Para ello, se procede a eliminar los rezagos o adelantos de las variables y darles los valores medios (esperados) a las variables estocásticas. Se obtiene así un modelo estático que típicamente tendrá al menos algunas ecuaciones no lineales. Este modelo impone restricciones conjuntamente sobre los parámetros del modelo y los valores de EENE de las variables del modelo. Cuando el modelo es medianamente grande, puede ser muy dificultoso resolver ese modelo estático, dados valores para todos los parámetros del mismo. El proceso de construcción del EENE asociado a un conjunto de valores numéricos de los parámetros tiene aspectos casi artesanales y constituye una etapa muy importante del proceso de solución. En la próxima sección veremos cómo puede obtenerse el EENE de un modelo concreto.

---

<sup>4</sup> Lamentablemente, en el español se utiliza la misma palabra “estacionario” para la estacionaridad en el sentido de series de tiempo y para el “estado estacionario” (en inglés *steady state*), que es un concepto totalmente diferente (de no variación en el tiempo).



Usualmente no es posible obtener una solución analítica para el modelo dinámico no lineal y debe recurrirse a una aproximación lineal de las ecuaciones no lineales del modelo.<sup>5</sup> Lo más frecuente es trabajar con una aproximación log-lineal, o sea, lineal en los logaritmos de las variables del modelo. Puede ser muy ardua la tarea de obtener las aproximaciones log-lineales de las ecuaciones del modelo. Cuando el modelo es pequeño es común que ese proceso se haga a mano. Cuando el modelo es grande se justifica más aprender a utilizar las herramientas que tienen programas como MATLAB o SCILAB para hacer esa aproximación. Una vez que se tiene una representación del modelo log-lineal definido en torno a un EENE se pasa a la etapa de obtener una solución.

### 3. Conceptos formales sobre los modelos EGDE y su solución

Existen diversos métodos, todos interrelacionados, para obtener la solución de la aproximación log-lineal de un modelo EGDE. Para la mayoría de los métodos de solución es importante distinguir entre las variables endógenas que son predeterminadas (también llamadas variables de estado) y las no-predeterminadas (también llamadas variables de salto). Las variables predeterminadas tienen condiciones iniciales. El trabajo pionero es el de Blanchard y Kahn (1980). También está el método de coeficientes indeterminados de McCallum (1983), el de la descomposición QZ de Klein (2000), el de Sims (2000), el de King y Watson (1998), y el de Uhlig (1990). En Uhlig (1990) y en Campbell (1992) se explica como log-linealizar ecuaciones. Los capítulos 4 a 8 del curso de Soderling (2003) son muy didácticos para resolver modelos monetarios EGDE tanto con reglas simples de política como con reglas óptimas. Actualmente existen abundantes programas de MATLAB gratuitamente accesibles por Internet para resolver este tipo de modelo. Entre ellos están Dynare del CEPREMAP de París y AIM de la Reserva Federal.

Un modelo EGDE puede sintetizarse en un sistema de ecuaciones (normalmente no lineales), dinámicas y estocásticas, junto con la caracterización de las variables estocásticas que las afectan. Por ejemplo, las siguientes expresiones muestran en forma estilizada 1) las ecuaciones del modelo expresadas en forma vectorial, donde  $f$  es un vector de funciones, cada una de las cuales depende de (al menos un subconjunto de) las variables y parámetros indicados,  $W_t$  es el vector de variables endógenas,  $\varepsilon_t$  es el vector de variables estocásticas, y  $\theta$  es el vector de parámetros, 2) la media del vector de variables estocásticas  $\varepsilon_t$  (en este caso las

---

<sup>5</sup> A veces también se utiliza una aproximación de segundo orden (o cuadrática).

medias son nulas), 3) la matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma$  de las variables estocásticas (que se supone constante en el tiempo):

$$\begin{aligned} E_t f(W_{t+1}, W_t, W_{t-1}, \theta, \varepsilon_t) &= 0 \\ E_t(\varepsilon_t) &= 0 \\ E_t(\varepsilon_t \varepsilon_t') &= \Sigma, \end{aligned}$$

Las ecuaciones pueden contener variables con más de un rezago y más de un adelanto. Pero en general pueden introducirse nuevas variables para eliminar rezagos y adelantos hasta obtener este formato (si se va a utilizar el método de Uhlig, por ejemplo), o bien un formato aún más sencillo que elimina las variables rezagadas (si se va a utilizar el método de Klein o el de Sims, por ejemplo). Para ello puede definirse los vectores  $W_{1,t} = W_{t-1}$  y  $X_t = (W_t, W_{1,t})$  y escribir el sistema de ecuaciones como:

$$E_t f(X_{t+1}, X_t, \theta, \varepsilon_t) = 0.$$

Como ya dijimos, dado que típicamente contienen ecuaciones no lineales, los modelos EGDE no son en general resolubles en forma analítica. Por consiguiente, es usual recurrir a la aproximación lineal (de primer orden en una expansión de Taylor) o cuadrática (de segundo orden) de las ecuaciones que no son lineales. Tomemos el caso de la aproximación lineal puesta en el formato adecuado para usar el método de Klein. Se tiene entonces al sistema en el formato:

$$1. \quad A(\theta) E_t X_{t+1} = B(\theta) X_t + C(\theta) \varepsilon_t,$$

donde hemos enfatizado que al menos algunos de los coeficientes de las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , dependen de algunos de los elementos del vector de parámetros  $\theta$ . También es conveniente poner en un primer bloque las ecuaciones que no dependen de ninguna variable adelantada:

$$A(\theta) \begin{bmatrix} X_{1,t+1} \\ E_t X_{2,t+1} \end{bmatrix} = B(\theta) \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \end{bmatrix} + C(\theta) \varepsilon_t,$$

dividiendo además el vector de variables endógenas  $X_t = (X_{1,t}, X_{2,t})$  en el subvector de variables predeterminadas  $X_{1,t}$  (o variables de estado) y el subvector de

variables no predeterminadas  $X_{2,t}$  (o de salto). Los procesos autoregresivos que definen la dinámica de las perturbaciones estocásticas que afectan a la economía pueden incluirse en la primera fila, junto con otras ecuaciones del modelo que no contienen variables adelantadas.

Dejemos de lado por el momento la parte estocástica de la ecuación (1) y concentrémonos en el par (o lápiz) de matrices  $(A, B)$ , ambos de  $n \times n$ . El problema del “eigenvalor generalizado” es una generalización del problema del eigenvalor para el caso de una sola matriz. En el caso generalizado se trata de encontrar escalares  $\lambda_j$  y vectores  $x_j$  tales que

$$Ax_j = \lambda_j Bx_j$$

A los escalares  $\lambda_j$  se los denomina eigenvalores generalizados y a los vectores  $x_j$  eigenvectores generalizados. Obsérvese que si  $B$  es no singular, escalares  $\lambda_j$  y  $x_j$  son los eigenvalores y eigenvectores, respectivamente, de la matriz  $B^{-1}A$ . Pero si  $\det(B)=0$  puede tenerse uno o más eigenvalores infinitos  $\lambda_j = \infty$ , con lo que se quiere representar que  $Bx_j = 0$ . Cuando para algún  $\lambda$

$$\det(A - \lambda B) \neq 0$$

se dice que el par de matrices  $(A, B)$  es regular. En caso contrario, se dice que es singular. Sólo los pares regulares nos interesan aquí.<sup>6</sup>

Cualquiera que sea el método de solución que se utilice, para que exista una solución y ésta sea única, debe satisfacerse las llamadas condiciones de Blanchard-Khan:

1. El número  $ng$  de eigenvalores generalizados fuera del disco unitario (o sea, tales que  $|\lambda_j| > 1$ , ya que  $\lambda_j$  puede ser real o complejo) debe ser igual al número  $ns$  de variables de salto, o sea, de variables que en alguna ecuación figuran en su valor esperado (en  $t$ ) para  $t + 1$ .

Si  $ng > ns$ , el modelo es explosivo: no existe solución convergente.

Si  $ng < ns$ , el modelo es indeterminado: existen infinitas soluciones convergentes.

---

<sup>6</sup> Si el par  $(A,B)$  es regular y  $B$  es singular se sabe que el par tiene  $p$  eigenvalores generalizados finitos y  $n-p$  eigenvalores generalizados infinitos, donde  $p$  es el grado del polinomio característico  $\det(A-\lambda B)$ .

2. Como el método de solución consiste en expresar a las variables de salto de la solución como función lineal de las variables de estado de la solución, también debe cumplirse una condición de inversibilidad de una cierta submatriz cuadrada. Ésta es la llamada condición de rango.

La solución (si existe y es única) puede expresarse como una ecuación de transición (o de política) para las variables de estado:

$$X_{1,t} = D(\theta)X_{1,t-1} + E(\theta)\varepsilon_t$$

y una ecuación para las variables de salto en función de las de estado:

$$X_{2,t} = F(\theta)X_{1,t}.$$

Hemos enfatizado que las matrices  $D$ ,  $E$ ,  $F$  que dan la solución también dependen de los parámetros del modelo (así como las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ). Insertando la primera ecuación en la segunda, también puede expresarse la solución como:

$$\begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ FD & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ FE \end{bmatrix} \varepsilon_t$$

o sea

$$2. \quad X_t = M(\theta)X_{t-1} + N(\theta)\varepsilon_t.$$

(Ver Binder y Pesaran (1999) y Soderling (2003) para más detalles.)

Una vez que se ha resuelto el modelo satisfactoriamente, es útil analizar sus propiedades determinísticas mediante el análisis impulso-respuesta. Con este método se obtienen las respuestas dinámicas de las variables endógenas del modelo ante perturbaciones de una sola vez de los *shocks* i.i.d. que impactan sobre las variables exógenas del modelo (variables que se convierten en endógenas al incorporar los procesos autoregresivos como ecuaciones adicionales del modelo). La observación de estos gráficos usualmente constituye una forma de resumir el funcionamiento dinámico de la parte determinística del modelo. Son útiles para analizar los mecanismos de transmisión de la política, para lo cual se incorporan shocks a las reglas de política. También sirven para ayudar en la calibración de parámetros y para detectar errores o deficiencias del modelo.

#### 4. Ejemplo sencillo de un modelo EGDE

En esta sección vamos a desarrollar con bastante detalle un modelo sencillo que es representativo de la tradición del Ciclo Económico Real (*Real Business Cycle* -RBC) y que es debido a Jesús Fernández-Villaverde. Puede encontrarse este ejemplo y otros en su sitio de Internet (<http://www.econ.upenn.edu/~jesusfv/>).

Supongamos que la familia representativa tiene la siguiente función de utilidad:

$$3. \quad E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log c_t + \psi (\log(1 - l_t))],$$

donde  $c$  es el consumo,  $l$  es el trabajo,  $\beta$  es el factor de descuento intertemporal (1 más la correspondiente tasa), y  $\psi$  es un parámetro que da la magnitud de la utilidad que proporciona el ocio (tiempo sin trabajar) en relación con la del consumo. La familia está sujeta a sus restricciones presupuestarias (una para cada  $t$ ):

$$4. \quad c_t + k_{t+1} = w_t l_t + r_t k_t + (1 - \delta) k_t.$$

Se observa que la familia ahorra acumulando un stock de capital que se deprecia a la tasa  $\delta$  y que obtiene ingresos laborales y un rendimiento  $r$  sobre su stock de capital.

Usando 4. para eliminar  $c_t$  de 3. la función a maximizar es:

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log(w_t l_t + r_t k_t + (1 - \delta) k_t - k_{t+1}) + \psi (\log(1 - l_t))].$$

Las condiciones de primer orden dan:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left( \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1} - \delta) \right)$$

$$\psi \frac{c_t}{1 - l_t} = w_t$$

para  $t = 0, 1, \dots$ . A la primera de estas ecuaciones, que es dinámica, se suele llamar “ecuación de Euler”.

Suponemos ahora que hay unas empresas perfectamente competitivas que producen (o empaquetan) los bienes finales tomando como insumos los bienes

producidos por empresas monopolísticamente competitivas. Estas últimas son infinitas y están indexadas en el intervalo  $[0,1]$ . Cada una produce una variedad diferente, si bien las variedades son algo sustituibles entre sí en el consumo. La empresa representativa de las que producen los bienes finales tiene una función de producción de tipo CES (elasticidad de sustitución constante):

$$5. \quad y_t = \left( \int_0^1 (y_{it})^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

donde  $\varepsilon > 1$  es la elasticidad de sustitución para cualquier par de variedades. El problema que enfrenta la empresa que produce el bien final es determinar la cantidad que comprará de cada variedad (en calidad de insumos) de manera tal que se maximice su beneficio, tomando como dado el precio de cada variedad (que es fijado por cada monopolista, como veremos más abajo):

$$\max_{y_{it}} \left\{ p_t y_t - \int_0^1 p_{it} y_{it} di \right\} = \max_{y_{it}} \left\{ p_t \left( \int_0^1 (y_{it})^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \int_0^1 p_{it} y_{it} di \right\}.$$

La derivada con respecto a  $y_{it}$  del último término entre llaves es:

$$\begin{aligned} & p_t \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \left( \int_0^1 (y_{it})^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}-1} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} (y_{it})^{-\frac{1}{\varepsilon}} - p_{it} \\ &= p_t \frac{y_t}{(y_t)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}} (y_{it})^{-\frac{1}{\varepsilon}} = p_t \left( \frac{y_{it}}{y_t} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon}} - p_{it}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, al igualarla a cero se tiene la condición de primero orden:

$$6. \quad p_{it} = p_t \left( \frac{y_{it}}{y_t} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon}},$$

o bien:

$$7. \quad y_{it} = y_t \left( \frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\varepsilon}.$$

Introduciendo esta ecuación en 5. luego de elevar ambos lados a  $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$  se obtiene:

$$(y_t)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} = \int_0^1 \left[ y_t \left( \frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\varepsilon} \right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di = (y_t)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} (p_t)^{\varepsilon-1} \int_0^1 (p_{it})^{1-\varepsilon} di.$$

Simplificando, se tiene el índice de precios (dual de 5.):

$$8. \quad p_t = \left( \int_0^1 (p_{it})^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}.$$

Además, introduciendo 7. en la parte del costo del beneficio del productor del bien final:

$$\int_0^1 p_{it} y_{it} di = \int_0^1 p_{it} y_t \left( \frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\varepsilon} di = y_t (p_t)^{\varepsilon} \int_0^1 (p_{it})^{1-\varepsilon} di = y_t (p_t)^{\varepsilon} (p_t)^{1-\varepsilon} = y_t p_t,$$

donde la penúltima igualdad utiliza 8.. Por consiguiente, el beneficio del productor final es nulo y el producto de los índices de precios y cantidades da la suma (integral) de los valores de todas las variedades producidas. Además, 6. constituyen las funciones de demanda que enfrenta cada uno de los productores monopolísticos de las diferentes variedades.

Pasamos ahora al problema de los productores (monopolísticos) de bienes. Se supone que cada productor  $i$  dispone de la misma función de producción de rendimientos constantes a escala:

$$9. \quad y_{it} = k_{it}^{\alpha} \left( e^{z_t} l_{it} \right)^{1-\alpha}$$

donde la productividad  $z_t$  sigue un proceso estocástico:

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t, \quad 0 < \rho < 1.$$

Aquí  $e_t$  es un shock estocástico distribuido a lo largo del tiempo en forma independiente e idéntica (i.i.d.). Más precisamente, suponemos que para todo  $t$ ,  $e_t \sim \mathbf{N}(0, \sigma^2)$ . Para maximizar beneficios, el monopolista debe minimizar costos para un nivel de producto dado, o sea, debe:

$$\min_{w_t, r_t} (w_t l_{it} + r_t k_{it}) \text{ sujeto a } k_{it}^{\alpha} \left( e^{z_t} l_{it} \right)^{1-\alpha} = y_{it}.$$

El Lagrangiano es:

$$w_t l_{it} + r_t k_{it} - mc_t \left[ k_{it}^\alpha \left( e^z l_{it} \right)^{1-\alpha} - y_{it} \right],$$

donde hemos llamado  $mc_t$  al multiplicador de Lagrange puesto que mide el aumento en el costo ante un aumento marginal en la producción  $y_{it}$  (que en la minimización es constante). Las condiciones de primer orden de este problema son:

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_{it}}{l_{it}} mc_t$$

$$r_t = \alpha \frac{y_{it}}{k_{it}} mc_t.$$

Dividiendo término a término para eliminar el costo marginal se tiene

$$\frac{k_{it}}{l_{it}} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{w_t}{r_t}.$$

En particular, esto significa que todos los monopolistas eligen el mismo ratio entre los dos factores de producción. Además, despejando el costo marginal de la primera de las dos condiciones de primer orden se tiene:

$$10. \quad mc_t = \frac{1}{1 - \alpha} \frac{w_t l_{it}}{y_{it}}.$$

Luego, utilizando también la segunda condición de primer orden el costo mínimo es:

$$w_t l_{it} + r_t k_{it} = w_t l_{it} + \alpha y_{it} mc_t = w_t l_{it} + \alpha \frac{1}{1 - \alpha} w_t l_{it} = \frac{1}{1 - \alpha} w_t l_{it}.$$

Introduciendo esto en 10. se comprueba que el costo marginal es igual al costo medio:

$$mc_t = \frac{w_t l_{it} + r_t k_{it}}{y_{it}},$$

lo que debe ser obvio pues hay rendimientos constantes a escala. Volviendo a la función de producción 9., se deduce directamente que



$$\frac{y_{it}}{l_{it}} = \left( \frac{k_{it}}{l_{it}} \right)^\alpha (e^{z_t})^{1-\alpha}$$

$$\frac{y_{it}}{k_{it}} = \left( \frac{l_{it}}{k_{it}} e^{z_t} \right)^{1-\alpha} .$$

Como ya vimos que los ratios entre factores son iguales para todos los monopolistas, también lo son las productividades medias del trabajo y del capital. Por consiguiente, las condiciones de primer orden pueden también escribirse en forma independiente del  $i$  particular:

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} mc_t$$

$$r_t = \alpha \frac{y_t}{k_t} mc_t .$$

Más aún, la función de producción puede directamente escribirse en términos agregados:

$$y_t = k_t^\alpha (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha}$$

Ahora que ya tenemos las demandas de factores que minimizan el costo podemos pasar a la fijación de precios de cada monopolista. Para ello podemos plantear el beneficio como:

$$p_{it} y_{it} - p_t (w_t l_{it} + r_t k_{it}) = p_{it} y_{it} - p_t mc_t y_{it} = (p_{it} - p_t mc_t) y_{it} .$$

El monopolista maximiza su beneficio sujeto a la función de demanda proveniente del productor de bienes finales 5. suponiendo que no tiene influencia alguna en el índice agregado de precios (equilibrio de Nash), o sea:

$$\max (p_{it} - p_t mc_t) y_{it} \text{ sujeto a } y_{it} = y_t \left( \frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\epsilon} .$$

O bien, maximiza:

$$(p_{it} - p_t mc_t) y_t \left( \frac{p_{it}}{p_t} \right)^{-\varepsilon} = y_t (p_t)^\varepsilon \left[ (p_{it})^{1-\varepsilon} - p_t mc_t (p_{it})^{-\varepsilon} \right].$$

Con un poco de álgebra, puede ponerse la condición de primer orden como:

$$p_{it} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} p_t mc_t,$$

o sea, el precio es un *markup* sobre el costo marginal nominal.<sup>7</sup> Cuanto mayor es la elasticidad de sustitución  $\varepsilon$  entre las variedades menor es ese *markup*. Además, también el precio es el mismo para todos los monopolistas. Por consiguiente, el precio de cada monopolista es igual al del agregado:  $p_{it} = p_t$ , y el costo marginal es simplemente la inversa del markup:<sup>8</sup>

$$mc_t = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}.$$

Luego, también podemos escribir las condiciones de primer orden de la siguiente manera:

$$w_t = \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t}$$

$$r_t = \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \alpha \frac{y_t}{k_t}.$$

Por último, definimos la inversión neta:

$$i_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t,$$

y expresamos la condición de equilibrio en el mercado de bienes:

$$y_t = c_t + i_t.$$

Podemos ahora juntar las siguientes 8 ecuaciones que conforman un modelo macroeconómico EGDE que en principio determina la evolución de las variables

<sup>7</sup> En la literatura macroeconómica Nuevo Keynesiana se introducen rigideces nominales. Esto complica bastante la fijación del precio y da lugar a la ecuación de Phillips Nuevo Keynesiana.

<sup>8</sup> En la ecuación de Phillips Nuevo Keynesiana, esto tendría validez sólo en el EENE.

$c_t, i_t, y_t, r_t, w_t, l_t, k_t$  y  $z_t$  en un entorno del EENE, dados valores de los parámetros  $\beta, \psi, \alpha, \delta, \varepsilon, \rho, \sigma$ .

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left( \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1} - \delta) \right)$$

$$w_t = \psi \frac{c_t}{1 - l_t}$$

$$y_t = k_t^\alpha (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha}$$

$$l_t = \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) (1 - \alpha) y_t / w_t$$

$$k_t = \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \alpha y_t / r_t$$

$$y_t = c_t + i_t$$

$$i_t = k_{t+1} - (1 - \delta) k_t$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t, \quad 0 < \rho < 1, \quad e_t \sim \mathbf{N}(0, \sigma).$$

Para resolver el modelo, primero debemos contar con el EENE que corresponde a un conjunto de valores de los parámetros. Para ello, uno puede suponer que las variables endógenas están en sus valores de EENE. Denominemos dichos valores como las variables sin subíndice de tiempo. Para que una variable endógena  $x_t$  esté en estado estacionario, en todo  $t$  debe ser

$$E_t x_{t+1} = x_t = x_{t-1} = x.$$

Además, la variables estocástica debe estar en su valor medio (o esperado), por lo cual la última ecuación queda así:

$$(1 - \rho)z = E(e) = 0,$$

lo que implica  $z = 0$ . Entonces, el resto del sistema de ecuaciones del EENE es:

$$1 = \beta(1 + r - \delta)$$

$$w = \psi \frac{c}{1 - l}$$

$$y = k^\alpha l^{1-\alpha}$$

$$wl = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)(1 - \alpha)y$$

$$rk = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)\alpha y$$

$$y = c + i$$

$$i = \delta k$$

La primera de estas ecuaciones determina  $r$ :

$$r = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta)$$

Para las demás, mediante simple sustitución se llega a las siguientes dos ecuaciones:

$$\left(1 - \delta \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\alpha}\right) \frac{l}{1-l} = \frac{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)(1 - \alpha)}{\psi}$$

$$\left(\frac{k}{l}\right)^{1-\alpha} = \frac{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)\alpha}{r}$$

a partir de las cuales se deduce primero:

$$l = \frac{1}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} - \delta \frac{\alpha}{r}\right) \frac{\psi}{1-\alpha}}$$

y luego, secuencialmente:

$$k = \left(\frac{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)\alpha}{r}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} l$$

$$i = \delta k$$

$$y = k^\alpha l^{1-\alpha}$$

$$c = y - i$$

$$w = \psi \frac{c}{1-l}$$

Por consiguiente, dados valores “sensatos” de los parámetros podemos obtener el correspondiente EENE en forma secuencial. Obsérvese que los valores de los parámetros deben garantizar que sean positivas estas variables, o sea, deben cumplirse ciertas restricciones de signo. En muchos casos, además, pueden haber múltiples EENE para un mismo conjunto de valores de los parámetros y habrá que elegir uno de ellos (suponiendo que estén separados, o sea, que exista un pequeño entorno de cada uno de ellos que no contiene a ningún otro).

## 5. Uso de Dynare y MATLAB para resolver el modelo y realizar simulaciones estocásticas

Dynare es un conjunto de programas desarrollado en CEPREMAP, París, que se monta sobre MATLAB<sup>9</sup> y permite hacer muchas cosas, en particular, resolver modelos EGDE y estimar parámetros de modelos EGDE. En esta sección vamos a ilustrar el uso de Dynare/MATLAB para resolver el modelo EGDE desarrollado en la sección precedente y para usar la solución para realizar simulaciones estocásticas. Para ello es necesario escribir un archivo con extensión `.mod` (desde MATLAB, por ejemplo). Supongamos que el archivo se llama `RBC_FV.mod`. A los efectos de poner aclaraciones dentro del código, es útil saber que todo texto que siga al símbolo ``//` en el mismo renglón es ignorado por Dynare en el archivo `.mod` (a diferencia de MATLAB, que ignora lo que sigue al símbolo ``%'`). Además, todo texto que figure entre los símbolos ``/*` y ``*/` es ignorado por DYNARE aunque esté en renglones diferentes.

El código debe contener la siguiente estructura (de bloques):

- el preámbulo: lista los nombres de las variables y parámetros,
- el modelo: lista las ecuaciones que integran el modelo,
- los *shocks*: define las perturbaciones estocásticas que afectan al modelo,
- los cómputos: instruye a Dynare para que realice determinados cómputos.

Los bloques están conformados por instrucciones específicas, algunas de las cuales deben necesariamente estar en el código (mientras que otras pueden no estar pues depende de lo que uno quiera que Dynare haga). El siguiente es el código del archivo `RBC_FV.mod` que implementa el modelo que vimos (abajo explicamos qué significa cada cosa):

---

<sup>9</sup> Hay versiones de Dynare para SCILAB, para OCTAVE, y para otros programas de base. Sin embargo, tienden a actualizarse más lentamente que las versiones para MATLAB.

```

close all;

// 1. Definición de variables (endógenas y exógenas)
var y c k l w r z;
varexo e;

// 2. Definición de parámetros y sus valores
parameters beta psi delta alpha rho sigma epsilon;
alpha = 0.33;
beta = 0.99;
delta = 0.023;
psi = 1.75;
rho = 0.95;
sigma = (0.007/(1-alpha));
epsilon = 10;

// 3. Ecuaciones del modelo
model;
(1/c) = beta*(1/c(+1))*(1+r(+1)-delta);
psi*c/(1-l) = w;
y = (k(-1)^alpha)*(exp(z)*l)^(1-alpha);
w = y*((epsilon-1)/epsilon)*(1-alpha)/l;
r = y*((epsilon-1)/epsilon)*alpha/k;
c+i = y;
i = k*(1-delta)*k(-1);
z = rho*z(-1)+e;
end;

// 4. Valores del EENE
/*
initval;
y=0.7;
c=0.50;
k=8.00;
i=0.18;
l=0.30;
w=1.77;
r=0.03;
z=0.00;
end;
*/

```

```
// 5. Definición de los shocks estocásticos y sus varianzas
shocks;
var e = sigma^2;
end;
```

```
// 6. Pedido de cálculos
check;
steady;
stoch_simul(periods=1000,order=1,irf=60);
rplot y c;
```

El comando “close all;” pide que se cierren los gráfico abiertos. No es necesaria pero a menudo conveniente cuando el modelo tiene muchas variables y uno lo corre varias veces.

Un punto muy importante sobre el bloque que comienza con “model;” es que difiere con respecto al modelo teórico que vimos arriba en lo que concierne a la variable  $k$ . La convención de Dynare es que toda variable del período  $t$  (y que, por consiguiente, no lleva ninguna especificación temporal) debe ser decidida en ese período. En el modelo teórico,  $k_t$  es decidida en  $t-1$ . Por ello, siempre que aparece esa variable en el código del modelo, aparece rezagada un período con respecto a la especificación del modelo teórico ( $k_t$  aparece como  $k(-1)$  y  $k_{t+1}$  aparece como  $k$ ). Si uno escribe el modelo exactamente como vimos en la sección teórica, Dynare no podrá resolverlo pues no se cumplirán las condiciones de Blanchard-Khan. En tal caso, Dynare produce el siguiente mensaje de error:

Blanchard Kahn conditions are not satisfied: indeterminacy

El mensaje especifica que hay más variables adelantadas (o que “miran hacia delante”) que eigenvalores fuera del disco unitario. Esto se debe a que Dynare automáticamente cuenta cuántas variables están seguidas de (+n) (donde n es un número natural) y encuentra que hay tres tales variables: c, r, y k. Pero al calcular los eigenvalores generalizados encuentra que sólo hay dos fuera del disco unitario. Esto significa que hay infinitos senderos que conducen al EENE, o sea, indeterminación. En cambio, al rezagarse k en el código, Dynare sólo contará dos variables seguidas de (+1), o sea, se cumplirán las condiciones de Blanchard-Kahn.

Los valores del EENE dados mediante el bloque que comienza con “initval;” pueden ser aproximados. Siempre que sean lo suficientemente cercanos a los correctos, Dynare utiliza métodos numéricos para obtener el EENE exacto. Además, puede omitirse el bloque si se tiene un archivo .m aparte que calcula el EENE pues en ese

caso, aunque estuviera, Dynare lo ignoraría. Obsérvese que hemos anulado ese bloque pues a continuación mostramos el código del archivo de MATLAB `RBC\_FV\_steadystate.m` que instruye a MATLAB cómo calcular el EENE.

El comando “check;” pide que se calcule los eigenvalores generalizados y se informe si se cumplen las condiciones de Blanchard y Kahn. El comando “steady;” pide que se calcule e informe el EENE. El comando “stoch\_simul (periods=1000, order=1,irf=60);” pide que se realice una simulación estocástica para 1000 períodos (luego de obtener una aproximación de primer orden y resolver el modelo con el método de Klein, que es el *default*) y que se muestre el gráfico de las funciones de impulso-respuesta de todas las variables para 60 períodos. Hay muchas otras opciones para este comando que pueden verse en Grifolli (2007). Si no se desea que se grafiquen las funciones de impulso-respuesta para todas las variables (lo cual es frecuente si el modelo es grande), se lista las variables a graficar. Por ejemplo, si el comando es “stoch\_simul(periods=1000, order=1, irf=60) y c;” sólo se graficarán las funciones de impulso-respuesta correspondientes a  $y$  y  $c$ . El comando “rplot y c;” pide que se grafique las series simuladas  $y$ ,  $c$ , para los 1000 períodos.

Dynare automáticamente busca si en la carpeta en que está el archivo `.mod` existe un archivo `.m` de tipo función con el mismo nombre pero con ``_steadystate'` agregado al final. Si existe, ignora el bloque “initval;-end;” del archivo `.mod`. Si no existe, utiliza el valor aproximado de ese bloque para calcular el valor exacto.

El contenido del archivo función ``RBC_FV_steadystate.m'` podría ser el siguiente:

```
function [ys,check]=RBC_FV_steadystate(junk,ys)
alpha = 0.33;
beta = 0.99;
delta = 0.023;
psi = 1.75;
rho = 0.95;
sigma = (0.007/(1-alpha));
epsilon = 10;
z = 0;
r=1/beta+delta-1;
l=1/(1+((epsilon/(epsilon-1))-(delta*alpha/r))*(psi/(1-alpha)));
k=(((1-1/epsilon)*alpha/r)^(1/(1-alpha)))^l;
i=delta*k;
y=k^alpha*l^(1-alpha);
c=y-i;
w=psi*c/(1-l);
check=0;
ys=[
```



```

y
c
k
i
l
w
r
z
];

```

Es necesario especificar los mismos valores para los parámetros dados en el archivo .mod. Obsérvese que hemos volcado en el archivo exactamente los mismos pasos que encontramos arriba para calcular en forma secuencial el EENE del modelo. El vector `ys' será utilizado por Dynare para realizar la aproximación lineal de las ecuaciones del modelo en un pequeño entorno del EENE computado.

Para ejecutar el archivo .mod se escribe en la línea de comando de MATLAB:

```
Dynare RBC_FV.
```

Para que MATLAB procese este comando es necesario que el directorio vigente (*Current Directory*) sea aquel en el que se encuentra el archivo RBC\_FV. Si no fuera así es muy fácil utilizar la ventanita *Current Directory* para modificarlo. Además, el directorio en el que están los archivos de Dynare debe estar en el Sendero (*Path*) de MATLAB. Si no fuera así es necesario utilizar el comando de MATLAB *Set Path* para incluir ese directorio en el Sendero. Suponiendo que todo está bien, luego de unos 3 segundos, aparece en la pantalla:

### 1. Un informe sobre los eigenvalores del modelo:

```

EIGENVALUES:
      Modulus      Real      Imaginary
          0.95          0.95           0
          0.9521         0.9521           0
          1.074          1.074           0
          2.24E+15       -2.24E+15           0

```

```

There are 2 eigenvalue(s) larger 1 in modulus
for 2 forward-looking variable(s)

```

```
The rank condition is verified.
```

**2. El EENE computado:**

## STEADY-STATE RESULTS:

y	0.892084
c	0.707986
l	8.00426
i	0.184098
l	0.302733
w	1.7769
r	0.033101
z	0

**3. El número y tipo de variables del modelo:**

## MODEL SUMMARY

Number of variables:	8
Number of stochastic shocks:	1
Number of state variables:	2
Number of jumpers:	2
Number of static variables:	4

Obsérvese que el modelo contiene las 8 variables endógenas  $c_t$ ,  $i_t$ ,  $y_t$ ,  $r_t$ ,  $w_t$ ,  $l_t$ ,  $k_t$ , y  $z_t$ , así como un *shock* estocástico  $e_t$ . Además, dos de las variables aparecen rezagadas:  $k_{t-1}$ , y  $z_{t-1}$  (las variables de estado), y dos de las variables aparecen adelantadas:  $c_{t-1}$ , y  $r_{t-1}$  (las variables de salto). Por último, hay 4 variables ( $i_t$ ,  $y_t$ ,  $w_t$ ,  $l_t$ ) que no aparecen ni rezagadas ni adelantadas (las variables estáticas).

**4. La matriz de covarianza de los shocks exógenos:**

## MATRIX OF COVARIANCE OF EXOGENOUS SHOCKS

Variables	e
e	0.000109

**5. La solución numérica del modelo, con cada variable expresada como función lineal de las variables de estado y los shocks estocásticos (como en (2)):**

## POLICY AND TRANSITION FUNCTIONS

	y	i	l	w	k	z	c	r
Constant	0.892084	0.184098	0.302733	1.776903	8.004256	0	0.707986	0.033101
k(-1)	0.019712	-0.024926	-0.008644	0.090002	0.952074	0	0.044638	-0.003206
z(-1)	0.834868	0.625969	0.135264	0.868999	0.625969	0.95	0.208899	0.028389
e	0.878809	0.658915	0.142383	0.914736	0.658915	1	0.219894	0.029884

Cada variable está expresada como función lineal de las variables de estado y los *shocks* estocásticos. Esto es como en 2., excepto que aquí aparece el equivalente del bloque superior de la transpuesta de  $M(\theta)$ , o sea,  $[D', D'F']$ , eliminándose los bloques de ceros.

## 6. Los 4 primeros momentos de las variables simuladas:

## MOMENTS OF SIMULATED VARIABLES

VARIABLE	MEAN	STS. DEV.	VARIANCE	SKEWNESS	KURTOSIS
y	0.896929	0.02996	0.000898	0.176342	-0.460896
c	0.711097	0.016527	0.000273	-0.030178	-0.638589
k	8.05272	0.259642	0.067414	-0.067516	-0.667294
i	0.185831	0.016676	0.000278	0.343519	-0.350055
l	0.302951	0.0034	0.000012	0.334313	-0.36738
w	1.785268	0.045879	0.002105	0.034035	-0.581609
r	0.03308	0.000759	0.000001	0.131732	-0.458343
z	0.00444	0.030183	0.000911	0.24479	-0.40871

## 7. Las correlaciones entre las variables simuladas:

## CORRELATIONS OF SIMULATED VARIABLES

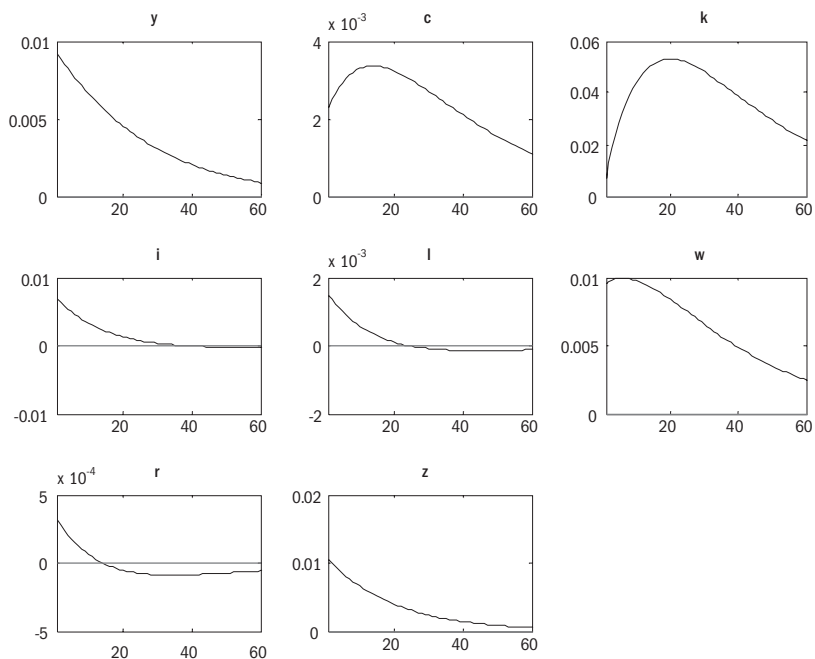
VARIABLE	y	c	k	i	l	w	r	z
y	1	0.9014	0.7594	0.9032	0.7786	0.962	0.3904	0.991
c	0.9014	1	0.9662	0.6284	0.4302	0.9854	-0.0467	0.8353
k	0.7594	0.9662	1	0.4068	0.1831	0.9082	-0.3025	0.6654
i	0.9032	0.6284	0.4068	1	0.9726	0.7518	0.7477	0.9526
l	0.7786	0.4302	0.1831	0.9726	1	0.5778	0.8817	0.8557
w	0.962	0.9854	0.9082	0.7518	0.5778	1	0.1243	0.9168
r	0.3904	-0.0467	-0.3025	0.7477	0.8817	0.1243	1	0.5102
z	0.991	0.8353	0.6654	0.9526	0.8557	0.9168	0.5102	1

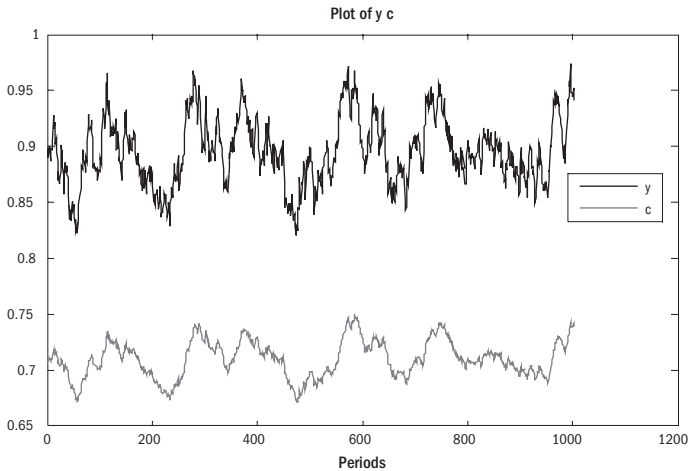
8. Las primeras 5 autocorrelaciones de las variables simuladas:

AUTOCORRELATION OF SIMULATED VARIABLES

VARIABLE	1	2	3	4	5
y	0.9547	0.907	0.8623	0.8185	0.778
c	0.9927	0.9785	0.9628	0.9451	0.9263
k	1.0009	0.9944	0.9852	0.9735	0.9596
i	0.9132	0.8299	0.7539	0.6821	0.6186
l	0.9008	0.807	0.7219	0.642	0.5717
w	0.9808	0.956	0.9311	0.9051	0.8795
r	0.9093	0.8241	0.746	0.6727	0.6078
z	0.941	0.8814	0.8262	0.7731	0.7249

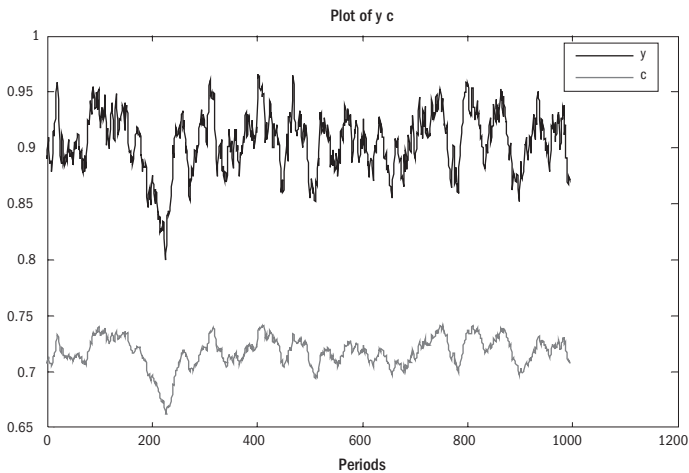
9. Los gráficos de las funciones de impulso-respuesta:



**10. Los gráficos de las variables simuladas que se pidió:****11. El tiempo que llevó hacer los cálculos:**

Total computing time : 0h00m03s

Obviamente, si se vuelve a correr el archivo todo será igual excepto lo que tiene que ver con la simulación estocástica. Por ejemplo, el gráfico de las variables simuladas en una segunda corrida es:



Cuando se desee obtener la misma simulación estocástica con varias corridas diferentes, puede agregarse la opción “simul\_seed=n” al comando “stoch\_simul”, donde n es un número entero que determina la “semilla” para el generador de números aleatorios (o más bien pseudo-aleatorios).

A veces uno desea ver las funciones de impulso-respuesta con porcentajes (o tanto por uno) en el eje de ordenadas. Pues cuando el modelo es grande las variables pueden tener valores de estado estacionario muy diversas que uno no siempre recuerda. En cambio, siempre es claro lo que significa un impacto relativo: por ejemplo, un aumento de un desvío estándar en el shock aumenta a la variable y en 0.03 (o sea, el 3%). Para ello, es necesario hacer algunas modificaciones al código. Las variables que figuran en el archivo .mod deben estar definidas en logaritmos. Para ello puede, por ejemplo, en el preámbulo llamarse a la variable del producto  $ly$  (en lugar de  $y$ ) y reemplazar en el bloque del modelo la variable  $y$  por la expresión  $\exp(ly)$ . Se hace lo mismo para todas las variables endógenas. En el archivo .m que calcula el EENE se mantiene todo igual excepto que al final debe agregarse ecuaciones que definan los logaritmos de las variables. Por ejemplo, para cada variable se agrega una ecuación del siguiente tipo:

$$ly = \log(y);$$

y al final se define el vector de outputs  $ys$ , mediante las variables endógenas  $ly$ , etc. Puede o no seguirse el mismo procedimiento para las variables sujetas a procesos autoregresivos, como  $z$ . Para hacerlo en nuestro ejemplo, sin embargo, habría que escribir la ecuación del proceso autorregresivo en forma no lineal:

$$\exp(lz) = \exp(lz(-1))^{rho} * \exp(e);$$

y en la ecuación de la función de producción reemplazar  $z$  por  $lz$ . Además, en el archivo .m para el cómputo del EENE, habría que especificar  $lz=1$  (en lugar de  $z=0$ ). Con esos cambios, las funciones de impulso-respuesta resultantes tienen el mismo aspecto, excepto que ahora también  $z$  está en logaritmo, o sea, se trata de un cambio en tanto por uno de la variable sometida al *shock* y se ve las respuestas también en tanto por uno (como antes de hacer los cambio correspondientes a  $z$ ).

## 6. Conceptos básicos de la estimación Bayesiana de un modelo EGDE

El enfoque Bayesiano de la econometría tiene un buen fundamento en la teoría de la decisión (ver Bauwens et al. (1999)), aun cuando la mayoría de los econométricos se ocupan más de hacer “informes científicos” (*scientific reporting*) que de tomar decisiones. Un grupo creciente de econométricos, sin embargo, se orienta al apoyo de decisiones de política económica (en bancos centrales, ministerios, etc.). El enfoque Bayesiano tiene mucho que aportar a las decisiones bajo incertidumbre. A diferencia de la econometría clásica (o “frecuentista”), los Bayesianos consideran que es lícito y deseable que el investigador tome en cuenta la información (a menudo subjetiva) que pueda tener sobre los parámetros a estimar antes de tomar en cuenta a los datos. Hay cierta diferencia en la interpretación misma de las probabilidades entre las dos escuelas. Mientras que los “clásicos” fundamentan la probabilidad en la frecuencia de acontecimientos (de allí el mote de “frecuentistas”) los Bayesianos consideran que representa fundamentalmente la incertidumbre (expresada a menudo como la disposición a realizar apuestas sobre resultados inciertos), que es en gran medida subjetiva. De allí que mientras los “clásicos” tratan a los parámetros  $\theta$  como constantes fijas pero desconocidas, los Bayesianos los toman como variables aleatorias y les asignan una densidad probabilística a priori.

La estimación Bayesiana puede verse como un puente entre la calibración y la estimación por Máxima Verosimilitud (*MV- Maximum Likelihood*). Se reemplaza la calibración (de al menos un subconjunto) de los parámetros por la especificación de una densidad a priori de los parámetros a estimar:

$$p(\theta / M)$$

donde  $M$  denota un modelo particular y  $\theta$  los parámetros de ese modelo. La densidad a priori puede ser muy poco informativa o informativa en diversos grados según los desvíos estándares supuestos. Por ejemplo, si se usa una densidad uniforme sólo se está dando información sobre los valores mínimo y máximo del parámetro, por lo cual sería una densidad poco informativa si se trata de un intervalo relativamente amplio. En cambio, las densidades normal, gama, beta, etc., suelen ser más informativas. Desde aquí damos por sentado que se trata de un modelo en particular y eliminamos la  $M$  de la densidad a priori y de las restantes densidades.

La distribución conjunta de los datos  $Y_T$  y de los parámetros  $\theta$ ,  $\Pi(Y_T, \theta)$  puede factorizarse de dos maneras diferentes:

$$\Pi(Y_T, \theta) = p(Y_T / \theta)p(\theta)$$

$$\Pi(Y_T, \theta) = p(Y_T)P(\theta / Y_T).$$

donde  $Y_T$  contiene las observaciones hasta el período T. En la primera factorización  $p(Y_T/\theta)$  es la densidad de muestreo, o sea, la densidad de los datos condicional en el valor de los parámetros. Dividiendo la segunda por la primera término a término surge la versión de densidad del Teorema de Bayes:

$$11. \quad P(\theta / Y_T) = \frac{p(Y_T / \theta)p(\theta)}{p(Y_T)},$$

el cual juega un papel central en el enfoque Bayesiano. Puede interpretarse como una fórmula que muestra cómo a partir de los datos (provenientes de un experimento de muestreo particular) se ve modificada la densidad a priori  $p(\theta)$  y convertida en la densidad a posteriori  $P(\theta/Y_T)$ .

La función de verosimilitud (*likelihood*) surge directamente de la densidad de muestreo:

$$\lambda(\theta; Y_T) = p(Y_T / \theta),$$

donde  $\lambda$  es considerada como función de  $\theta$ . En el caso de modelos dinámicos la densidad de muestreo es recursiva:

$$p(Y_T / \theta) = p(Y_0 / \theta) \prod_{t=1}^T p(y_t / Y_{t-1}, \theta).$$

Además, la densidad predictiva (o marginal) de muestreo (que figura en el denominador de 11.) es sólo una constante, pues proviene de integrar la densidad de muestreo sobre todos los valores posibles de  $\theta$ . Luego, la densidad a posteriori es proporcional al producto de la función de verosimilitud y la densidad a priori:

$$P(\theta / Y_T) \propto \lambda(\theta; Y_T)p(\theta).$$

A ese producto se lo denomina densidad a posteriori no normalizada  $K(\theta/Y_T)$ . Puede verse a la estimación Bayesiana como una extensión de la estimación de MV. Pues consiste en obtener los parámetros que maximizan la densidad a posteriori no normalizada (o, lo que es lo mismo, el logaritmo de la densidad a posteriori no normalizada):



$$12. \quad \max_{\theta} \ln \lambda(\theta / Y_T) + \ln p(\theta)$$

La estimación por MV puede verse entonces como el caso particular (o límite) de la estimación Bayesiana en que la densidad a priori es nada informativa (y por consiguiente es como si desapareciera el segundo término del lado derecho de esta expresión).

Se observa que la solución del modelo EGDE 2. tiene la forma de un vector autoregresivo (VAR). Sin embargo, a diferencia de los VAR no restringidos que se ve en gran parte de la literatura (e.g. Hamilton (1994)), estos VAR están (muy) restringidos. Se observa, en particular, una abundancia de ceros, una parte de los cuales se observan directamente en la estructura de la matriz

$$M(\theta) \equiv \begin{bmatrix} D(\theta) & 0 \\ F(\theta)D(\theta) & 0 \end{bmatrix},$$

reflejando que las únicas variables que aparecen rezagadas en 2. son las variables predeterminadas. (En un VAR no restringido, aparecerían los valores rezagados de todas las variables en cada ecuación.) Tales restricciones implican que para estimar los VAR que surgen de la solución del modelo EGDE sean necesarias técnicas distintas que las usuales. Las llamadas “restricciones inter-ecuaciones” (*cross-equation restrictions*) surgen del supuesto de expectativas racionales, ya que parámetros que sólo aparecen asociados a variables esperadas en el futuro desaparecen a los efectos de la estimación. Por otro lado, diferentes variables pueden estar afectadas por los mismos parámetros y shocks estocásticos, haciendo que diferentes series de datos contengan información relevante para más de una variable y planteando difíciles problemas de identificación.

En general, los métodos de estimación pueden clasificarse según la cantidad de información que utilicen. Los métodos de “información plena” (*full information*) tratan de explotar el conjunto de restricciones inter-ecuaciones que el modelo EGDE genera. Tales son la estimación de Máxima Verosimilitud (MV- *Maximum Likelihood*) y los métodos de estimación Bayesianos. Los métodos de “información limitada” (*limited information*) usan menos información, o sea, explotan sólo algunas de las restricciones que plantea el modelo. Si bien son menos eficientes, tienen la ventaja de que evitan contaminar la estimación con errores de especificación en partes del modelo que pueden no ser de interés central. El Método Generalizado de Momentos (GMM), por ejemplo, es un método de información limitada. En este trabajo, solamente vemos métodos de información plena (y estos sólo muy someramente).

Dos problemas típicos que debe afrontar el que desee estimar un modelo EGDE son 1) el potencial error de especificación del modelo, 2) la falta de identificación o bien la débil identificación (ver An y Schorfheide (2007)). Debido a que a menudo los modelos EGDE presentan menos *shocks* aleatorios que variables (potencialmente) observables, o sea, variables para las que se podría utilizar alguna serie de datos en la estimación, la estimación por MV está afectada por el hecho de que en tales casos la matriz de covarianzas del modelo EGDE será singular. Se trata de un problema de error de especificación, pues puede argumentarse que en un modelo suficientemente “realista” habrían más *shocks* que (o al menos tantos *shocks* como) variables. En la literatura se conoce esta cuestión como el problema de la singularidad estocástica. Se han propuesto muchas maneras de solucionar este problema, entre las cuales están las obvias de agregar *shocks* adicionales, ya sea estructurales (en las ecuaciones del modelo), ya sea errores de medición de las variables observables (las que se han de contrastar con los datos). Otro enfoque es el de encontrar procedimientos que permitan estimar a pesar de la singularidad. Por supuesto, hay muchas otras fuentes posibles de errores de especificación. Los problemas de identificación surgen debido a que no se tiene suficientes observaciones informativas, o bien porque existen diferentes valores de los parámetros que dan lugar a la misma distribución de probabilidades de las variables a estimar.

Es usual en la macroeconomía que no todas las variables del modelo sean observables. Pueden haber variables no observables, o latentes, que no tienen una contrapartida directa en los datos a utilizar.<sup>10</sup> Para estimar parámetros con métodos de información plena, puede ampliarse la solución 2. obtenida de un modelo (lineal o aproximado linealmente) para incluir un segundo bloque de ecuaciones que contiene: 1) la relación entre las variables de estado del modelo  $X_t$  y las variables observables  $Y_t$  (que tenemos como series de tiempo), 2) posibles errores de medición  $\eta_t$  de estas variables:

$$13. \quad \begin{aligned} X_t &= M(\theta)X_{t-1} + N(\theta)\varepsilon_t \\ Y_t &= QX_t + \eta_t. \end{aligned}$$

Se suele llamar a este par de ecuaciones la *representación de espacio de estados* del sistema (o modelo) lineal, donde la primera ecuación es la *ecuación de estados* y la segunda la *ecuación de observaciones*. Además, se hace el supuesto de

---

<sup>10</sup> A diferencia de los problemas que surgen por el supuesto de expectativas racionales, las variables latentes son muy comunes en los sistemas usados en la ingeniería y en las ciencias exactas.

que de  $\varepsilon_t$  y  $\eta_t$  tienen distribuciones normales<sup>11</sup> y especificamos los valores esperados y las matrices de covarianzas de los *shocks* del modelo  $\varepsilon_t$  y de los errores de medición  $\eta_t$ :

$$\begin{aligned} E_t(\varepsilon_t) &= 0, & E_t(\varepsilon_t \varepsilon_t') &= \Sigma_\varepsilon \\ E_t(\eta_t) &= 0, & E_t(\eta_t \eta_t') &= \Sigma_\eta \end{aligned} .$$

Esto coloca la solución del modelo EGDE en un formato conveniente pues permite aplicar el filtro de Kalman para la estimación recursiva de la función de verosimilitud  $\lambda(\theta; Y_T)$ . Una vez que se tiene la función de verosimilitud es fácil obtener la densidad a posteriori no normalizada a partir de 12.<sup>12</sup>

Es típico que la función de verosimilitud presente secciones planas, o con muy poca curvatura, haciendo que no pueda encontrarse un estimador de MV mediante procedimientos numéricos. Si bien la estimación Bayesiana utiliza a la función de verosimilitud, aún una densidad a priori poco informativa puede introducir suficiente curvatura en la densidad a posteriori no normalizada  $K(\theta/Y_T)$  para permitir la maximización numérica y el uso de técnicas de simulación de Monte Carlo con Cadenas de Markov (MCMC) para obtener una aproximación de la densidad a posteriori.

Los métodos numéricos se han ido convirtiendo en herramientas indispensables en la econometría, tanto clásica como Bayesiana. En la econometría clásica, se los usa principalmente para maximizar una función objetivo (como la de verosimilitud). En el enfoque Bayesiano se desea computar la densidad a posteriori no normalizada (DAPNN), que puede describirse mediante sus diversos momentos. Como normalmente no tiene forma analítica, el problema típico es el de evaluar numéricamente integrales que corresponden a los momentos de la DAPNN. Por ser métodos numéricos, se trata de una aproximación. El valor esperado de una función  $g(\theta)$  bajo una densidad  $p(\theta)$  es:

$$E(g(\theta)) = \int g(\theta)p(\theta)d\theta.$$

---

<sup>11</sup> Si los shocks y errores no fueran normales, no podría utilizarse el filtro de Kalman y habría que recurrir, por ejemplo, al “filtro de partículas” (*particle filter*).

<sup>12</sup> El capítulo sobre el filtro de Kalman en Hamilton (1994) es muy informativo. La estimación de modelos EGDE por MV está muy clara en Ruge-Murcia (2005). Para los métodos Bayesianos, ver An y Schorfheide (2007) y Griffoli (2007).

Si  $g(\theta)=\theta$  (o sea,  $g(\cdot)$  es la función identidad), se tiene la media de la distribución a posteriori (DAP). Si en cambio  $g(\theta)=[\theta-E(\theta)][\theta-E(\theta)]'$ , se tiene la matriz de covarianzas de la DAP, etc. La mayoría de las reglas de aproximación de la integral utilizan un promedio ponderado:

$$\int g(\theta)p(\theta)d\theta = \sum_{j=1}^n w_j g(\theta_j)p(\theta_j).$$

En los métodos de Monte Carlo, se utilizan procedimientos aleatorios para elegir los valores  $\theta_j$  (y a veces las ponderaciones  $w_j$ ). Existen diferentes métodos de Monte Carlo, entre ellos los de Metropolis-Hastings (MH).<sup>13</sup> En lugar de utilizar ponderaciones, como arriba, MH utiliza un mecanismo de rechazo para decidir si una extracción aleatoria pertenece o no a la DAP.

## 7. Uso de Dynare para estimar el modelo

Primero se intenta obtener la solución del modelo EGDE partiendo de un vector de parámetros  $\theta$ . Si ese valor implica que no se cumplen las condiciones de Blanchard-Kahn, se le da un valor de cero a la DAPNN. Si se cumplen, se utiliza el filtro de Kalman para evaluar la función de verosimilitud asociada a 13. Dynare computa el modo de la DAPNN maximizando 12. con respecto a  $\theta$  utilizando métodos numéricos. Luego computa la DAPNN de los parámetros. Para ello utiliza una variante de MH que suele llamarse “Metropolis caminata aleatoria” (Random Walk Metropolis - RWM). Los pasos son los siguientes (ver Griffoli (2007)):

1. Elige un  $\theta_0$  de partida, típicamente el modo computado,
2. Extrae una propuesta  $\theta^*$  a partir de una distribución “saltarina” (*jumping*):

$$J(\theta^* | \theta^{t-1}) = N(\theta^{t-1} | c\Sigma_m),$$

donde  $\Sigma_m$  es la inversa del Hessiano computado en el modo de la DAP, y  $c$  es un factor de escala,

---

<sup>13</sup> Nicholas Metropolis, fue el primero (por orden alfabético) de cuatro autores de un artículo de 1953 que propuso estos algoritmo en la física matemática (o estadística). W. Keith Hastings hizo en 1970 una extensión.

## 3. Computa el ratio de aceptación

$$r = \frac{P(\theta^* | Y_T)}{P(\theta^{t-1} | Y_T)} = \frac{K(\theta^* | Y_T)}{K(\theta^{t-1} | Y_T)},$$

4. Acepta o rechaza la propuesta  $\theta^*$  según la siguiente regla:

$$\theta^t = \begin{cases} \theta^* & \text{con probabilidad } \min(r, 1) \\ \theta^{t-1} & \text{con probabilidad } 1 - \min(r, 1) \end{cases}$$

## 5. Se repiten los pasos 2-4 muchas veces.

La razón por la cual se sigue esta complicada secuencia es que se trata de visitar todo el dominio de la DAP. A veces es mejor dar unos pasos hacia abajo con la esperanza de obtener luego grandes pasos hacia arriba (en lugar de haber preferido siempre privilegiar pequeños pasos hacia arriba). El factor de escala juega un papel importante en esto. Si  $c$  es demasiado pequeño, la tasa de aceptación será demasiado alta y es más probable que la búsqueda se estanque cerca de un máximo local. Pero si es demasiado grande, la tasa de aceptación será demasiado baja y puede ser que se busque demasiado en las colas de la distribución de probabilidades.

Por último, la densidad predictiva (o marginal) de muestreo  $p(Y_T)$  permite comparar modelos diferentes. Existen dos maneras diferentes de computarla (en forma aproximada). En la “aproximación de Laplace”, se supone que la forma funcional de la DAPNN es Gaussiana. Esta es la forma más sencilla, ya que no requiere pasar por el algoritmo RWM. La otra forma de computar la densidad marginal de muestreo es la “estimación de promedio armónico”, que usa la información proveniente de RWM. Dynare calcula ambas, como vemos abajo.

En lo que resta de esta sección vamos a ilustrar cómo puede emplearse Dynare para que utilice datos artificiales (o sintéticos) generados por una simulación estocástica del modelo (como se vio arriba) para estimar, mediante MV así como los métodos Bayesianos vistos en la sección anterior, los parámetros del modelo. Por supuesto, lo más usual sería estimar los parámetros a partir de series de tiempo de datos observados. Pero como no tenemos tales datos para una economía concreta y este modelo concreto, recurrimos a fabricarlos. Para ello agregamos a continuación del comando “`stoch_simul(,)`” el comando “`datatomfile('simuldataRBC',[]);`”. Este le pide a Dynare que se guarden los datos simulados en un archivo .m (por ello “tomfile”, o sea, “to m-file”) nuevo denominado “simuldataRBC”.

Para la estimación puede usarse el mismo archivo o bien uno nuevo igual que el anterior pero: 1) sin especificar los valores de los parámetros que se van a estimar (en este caso todos), 2) especificando las variables observables mediante el comando “varobs y;” (ya que en este caso se supone que sólo la serie artificial para y se usa en la estimación), 3) agregando un bloque adicional que estipula, 1) en el caso de la estimación por MV, un valor inicial para la estimación recursiva de la función de verosimilitud mediante el filtro de Kalman (y, si se desea, límites mínimo y máximo para cada parámetro a estimar), 2) en el caso de la estimación Bayesiana, las densidades a priori de los parámetros a estimar, así como sus medias y desvíos estándar.

En el caso de MV, podemos agregar el siguiente bloque:

```
estimated_params;
alpha,          0.33;
beta,           0.98;
delta,          0.023;
psi,            1.72;
rho,            0.93;
epsilon,        10.5;
stderr e,       0.012;
end;
```

así como los comandos

```
varobs y;
estimation(datafile=simuldataRBC);
```

Se especifica que y es la variable observable y el nombre del archivo con los datos a utilizar. Las demás variables se toman como latentes (y son estimadas en base al filtro de Kalman). Como se supone que la variable misma es observable, en este caso no es necesario agregar una ecuación que la vincule con las variables de estado, o sea, una ecuación de observación. Por ejemplo, si la serie de datos contuviera los factores de crecimiento de y habría que agregar al bloque “model;-end;” del archivo .mod la ecuación de observación como  $gy=y/y(-1)$ , declarando previamente la nueva variable endógena gy en el preámbulo y  $gy=1$  en el bloque `initval;-end;` (o bien en el archivo `RBC_FV_steadystate`).

Se obtiene el siguiente resultado:

## RESULTS FROM MAXIMUM LIKELIHOOD

parameters

	Estimate	s.d.	t-stat
alpha	0.3918	0.0157	24.9421
beta	1.0299	0.0023	442.6259
delta	0.1199	0.0019	63.8126
psi	0.7194	0.0192	89.7515
rho	0.9308	0.0362	25.7374
epsilon	10.5002	0.107	98.1394

standard deviation of shocks

	Estimate	s.d.	t-stat
e	0.0134	0.0018	7.5992

Total computing time : 0h01m00s

Como se ve, la estimación de  $\beta$  resulta mayor que uno, lo cual no tiene sentido económico. Podemos poner límites a ese parámetro cambiando el renglón correspondiente por “beta, 0.98, 0.9, 0.999;”. En este caso, el resultado es:

## RESULTS FROM MAXIMUM LIKELIHOOD

parameters

	Estimate	s.d.	t-stat
alpha	0.3956	0.0994	3.9797
beta	0.999	0.0082	122.1242
delta	0.0758	0.0336	2.2582
psi	1.7154	0.1593	10.7704
rho	0.9342	0.0111	84.2912
epsilon	10.5002	20.0331	0.5241

standard deviation of shocks

	Estimate	s.d.	t-stat
e	0.013	0.0027	4.8678

Total computing time : 0h00m31s

Si bien ahora la estimación de  $\beta$  está dentro del rango indicado, se observa que está justo en el límite superior, lo cual señala problemas. La estimación Bayesiana permitirá mejorar la estimación mediante el uso de densidades a priori.

En el caso Bayesiano, agregamos el siguiente bloque para especificar las densidades a priori, así como las medias y los errores estándar de cada parámetro:

```

estimated_params;
alpha,          beta_pdf,          0.35,          0.02;
beta,           beta_pdf,          0.99,          0.002;
delta,          beta_pdf,          0.025,         0.003;
psi,            gamma_pdf,         1.75,          0.02;
rho,            beta_pdf,          0.95,          0.05;
epsilon,        gamma_pdf,         10,            0.003;
stderr e,       inv_gamma_pdf,     0.01,          inf;
end;

```

En nuestro caso se estipularon densidades beta para cuatro de los parámetros, gamma para  $\psi$  y  $\epsilon$ , y gamma invertida (tipo1) para el error estándar de  $e$ . En el caso de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  y  $\rho$ , se trata de parámetros que según la teoría deberían estar entre 0 y 1. Por ello se utiliza la distribución beta, que tiene soporte en ese rango. Además, obsérvese que se le dio un error estándar muy bajo a la densidad a priori para  $\beta$ , justamente para evitar que se alejara mucho del valor medio asignado: 0.99. La idea es que, al utilizar métodos Bayesianos, el investigador utiliza información adicional a la que está en los datos. Esa información incluye su confianza en el modelo y la teoría en que se basa: en este caso esa teoría indica que  $\beta$  debe estar entre 0 y 1. En el caso de los parámetros  $\psi$ , que mide la utilidad del ocio, y  $\epsilon$ , que mide la elasticidad de sustitución entre variedades de bienes, se podría tener cualquier valor positivo. Por ello en ambos casos se utilizó como densidad a priori la densidad gamma, que tiene su soporte en  $(0, \infty)$ . Por último, en el caso del error estándar de  $e$ , que también puede tener cualquier valor positivo, se utilizó como a priori la densidad gamma-inversa. Esta tiene soporte también en  $(0, \infty)$ , pero tiene la particularidad de que tiende a alejarse del cero, razón por la cual a veces se la utiliza para evitar que el error estándar dé excesivamente pequeño. En el caso de algunas densidades a priori deben agregarse un tercer y un cuarto parámetro (beta generalizada, gamma generalizada, uniforme).

Los comandos a utilizar son los siguientes:

```

varobs y;
estimation(datafile=simuldataRBC,nobs=200,first_obs=500,
mh_replic=2000,mh_nblocks=2,mh_drop=0.45,mh_jscale=0.8,mode_check, forecast=12);

```



Se pide a Dynare que:

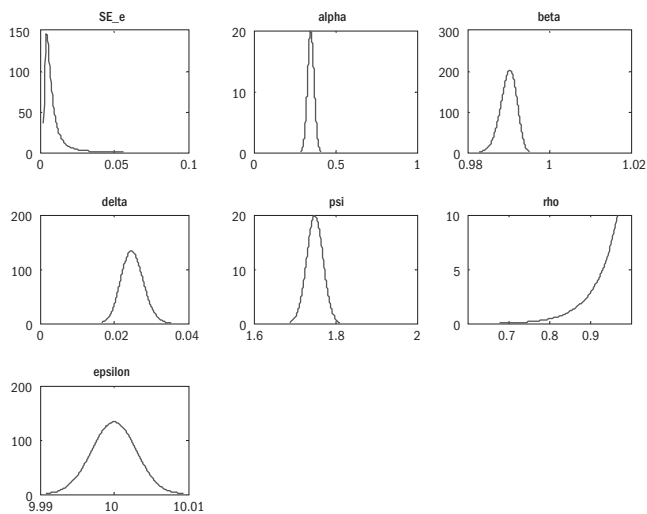
1. Utilice el archivo de datos simulados `simuldataRBC'.
2. Utilice 200 observaciones (de las 2100 generadas),
3. Comenzando por la número 500.
4. Calcule el modo de la densidad posterior utilizando el algoritmo de Metropolis-Hastings (MH) para construir la densidad a posteriori, con 2000 repeticiones.
5. Que lo haga con dos cadenas paralelas de MH.
6. Que deseche el primer 45% de las extracciones de MH y sólo usar las restantes.
7. Que utilice un factor de escala de 0.8 para la distribución “saltadora” (*jumping*) en el algoritmo de MH. (Esta escala determina qué porcentaje de las extracciones se aceptan. Se suele considerar adecuada una tasa de aceptación entre el 20% y el 40%).
8. Que produzca gráficos para cada uno de los parámetros estimados con la distribución posterior calculada puesta de cabeza en un entorno del modo calculado. Se trata de un diagnóstico para detectar errores: por ejemplo, que el modo no esté en el valle de la densidad posterior.
9. Que produzca gráficos de la distribución posterior de un pronóstico para 12 períodos posteriores al fin de la muestra usada en la estimación.

Debe haber al menos tantos *shocks* como variables observables para evitar el problema de la singularidad estocástica. En este caso, como hay un *shock* no puede haber más de una variable observable.

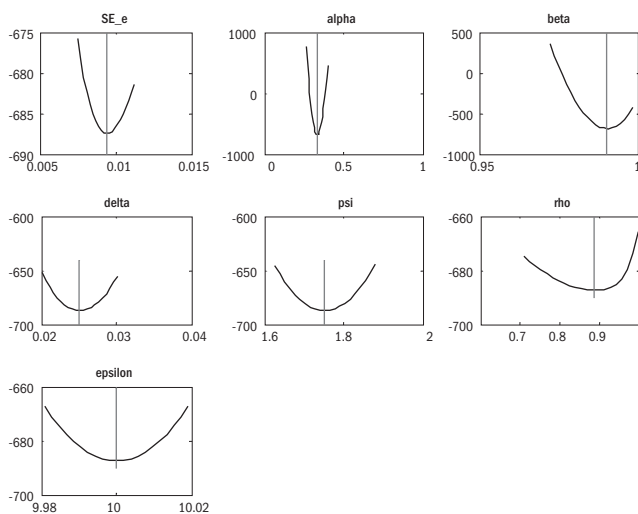
Dynare produce, entre otros, los siguientes resultados:

### A. Gráficos

#### 1. Las densidades a priori

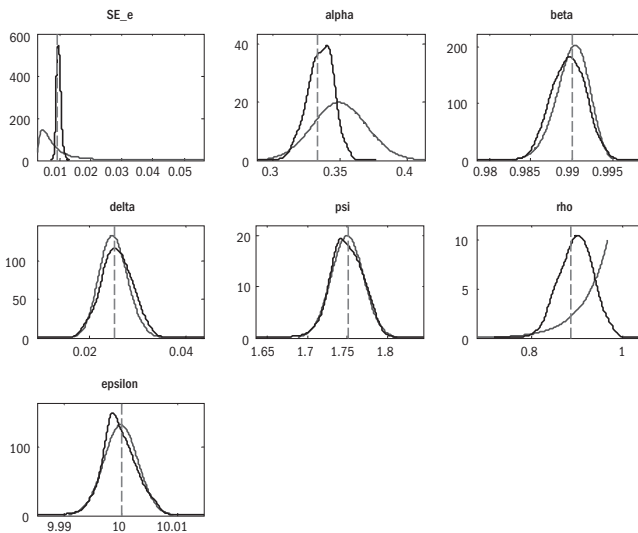


#### 2. Los gráficos del modo y la densidad a posteriori invertida



Se ve que para todos los parámetros el pico de la densidad construida a partir de métodos de simulación coincide con el modo obtenido por optimización, como debe ser. A veces esto no es así, señalando problemas. Se observa que en este caso la estimación de  $\beta$  está dentro del rango aceptable desde un punto de vista económico. También puede pedirse esta opción para la estimación por MV. No lo hicimos para ahorrar espacio.

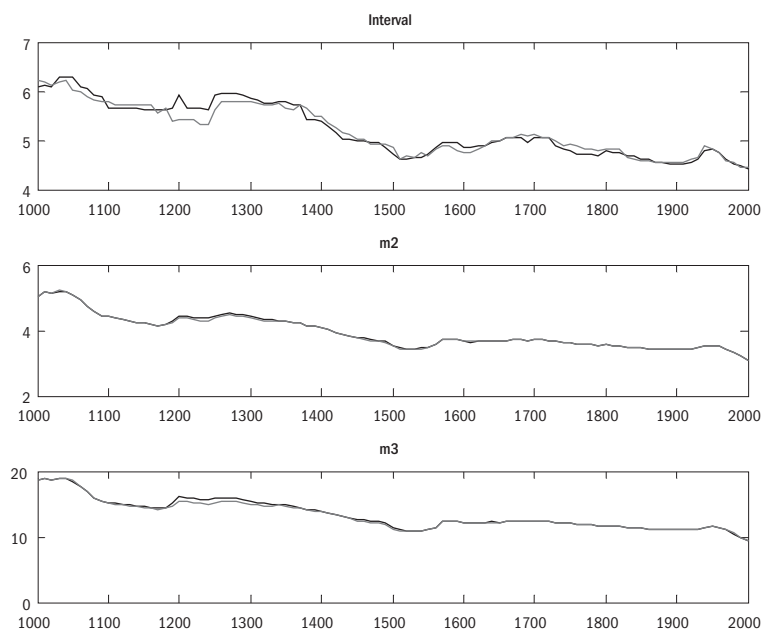
### 3. Una comparación de las densidades posteriores y a priori



La línea vertical representa el modo de la densidad posterior calculado numéricamente. No es bueno que la distribución posterior sea demasiado diferente de la densidad a priori, pero tampoco que sea demasiado parecida. En el primer caso, puede ser conveniente cambiar la densidad a priori o su media o varianza. En el segundo caso, los datos no están aportando a la estimación: se impone la densidad a priori. Lo ideal es que los datos hagan su aporte. Por supuesto, esto depende de muchas cosas. Con pocos datos (series muy cortas), es probable que aporten poco. Se observa que para varios de los parámetros (particularmente  $\psi$ ), los datos no han aportado información adicional a la dada mediante la densidad a priori, a pesar de que, como generamos datos artificiales, pudimos utilizar una serie larga. En cambio, para  $\alpha$  y el error estándar de  $e$  el modo de la densidad posterior está alejado del modo de la densidad a priori y la varianza es menor (es más alta y estrecha la densidad). En estos casos, los datos han hecho su aporte, corrigiendo a la densidad a priori. Otra

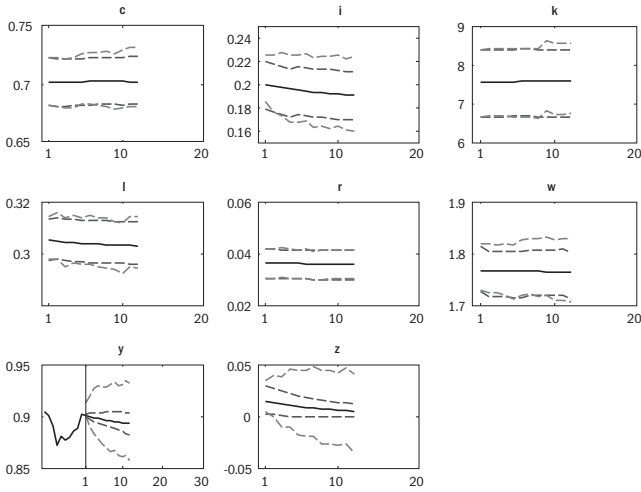
consideración es que es deseable que la densidad posterior se parezca a una normal. Pues lo que hace MH es construir una aproximación Gaussiana en torno al modo del posterior. Densidades posteriores bimodales señalan problemas.

#### 4. Un diagnóstico multivariado de convergencia de las cadenas paralelas



El eje horizontal representa las diferentes iteraciones de MH solicitadas. Las líneas rojas (azules) representan medidas de los vectores de parámetros dentro de (entre) las cadenas solicitadas. Hay tres medidas: “interval” representa un intervalo de confianza del 80% en torno a la media, “m2” mide la varianza y “m3” el tercer momento. Además del diagnóstico multivariado que mostramos, Dynare produce un gráfico de este tipo para cada parámetro (diagnósticos univariados) que omitimos para no ocupar demasiado espacio. Las líneas roja y azul convergen, como es ideal. Sin embargo, también sería deseable que estuvieran más planas, al menos en la parte final, para estar seguros de que hay convergencia en el tiempo. Aquí para no emplear mucho tiempo de cómputo se pidió sólo 2000 replicaciones de MH. Es usual realizar un número mucho mayor (e.g. 200.000 o 1 millón), haciendo más probable el logro de la convergencia en el tiempo.

5. Pronósticos de las variables



Se observan dos bandas de confianza. La primera describe la incertidumbre debida a los parámetros y la segunda incluye, además, la incertidumbre relacionada con los *shocks* futuros. Se observa que el pronóstico para *y* parte desde el fin de la muestra. Para las variables no observables, Dynare muestrea a partir de la distribución posterior de los parámetros.

B. Cuadros

Dynare produce también cuadros que resumen los principales resultados numéricos. El primero contiene los resultados de la optimización numérica:

RESULTS FROM POSTERIOR MAXIMIZATION

parameters

	prior mean	mode	s.d.	t-stat	prior	pstdev
alpha	0.35	0.3333	0.0093	35.8586	beta	0.02
beta	0.99	0.9899	0.0027	370.2191	beta	0.002
delta	0.025	0.0251	0.0031	8.2057	beta	0.003
psi	1.75	1.7509	0.02	87.5862	gamm	0.02
rho	0.95	0.8861	0.035	25.297	beta	0.05
epsilon	10	10	0.0016	6395.2438	gamm	0.003

standard deviation of shocks

	prior mean	mode	s.d.	t-stat	prior	pstdev
e	0.01	0.0093	0.0006	16.2292	invg	inf

Log data density [Laplace approximation] is 653.728950.

La primera y última columnas muestran la media y el desvío estándar de las densidades a priori. La segunda y tercera columnas dan el modo y el desvío estándar calculados por medio de métodos de optimización numérica. El estadístico  $t$  del modo se basa en el supuesto (probablemente erróneo en el caso de estimación Bayesiana) de que la distribución es normal. Se observa la aproximación de Laplace del logaritmo de la densidad predictiva (o marginal) de muestreo.

El segundo cuadro incluye los resultados de la simulación MCMC:

## ESTIMATION RESULTS

Log data is 654.324042.

parameters

	prior mean	post. mean	conf.	interval	prior	pstdev
alpha	0.35	0.3355	0.3206	0.3493	beta	0.02
beta	0.99	0.9896	0.9866	0.9927	beta	0.002
delta	0.025	0.0256	0.021	0.0302	beta	0.003
psi	1.75	1.7481	1.7167	1.777	gamm	0.02
rho	0.95	0.8991	0.8399	0.9628	beta	0.05
epsilon	10	10	9.9957	10.005	gamm	0.003

standard deviation of shocks

	prior mean	post.	mean conf.	interval	prior	pstdev
e	0.01	0.0097	0.0085	0.0108	invg	inf

En este cuadro se muestra los resultados de la simulación MH (así como la repetición de información sobre las densidades a priori). En la segunda columna se ve la media de la densidad posterior y en las siguientes dos columnas un intervalo de confianza del 90% en torno a la media. Se observa arriba de todo la estimación de promedio armónico del logaritmo de la densidad predictiva (o marginal) de muestreo.

Además de lo visto hay muchas opciones adicionales. Dynare produce en forma automática una gran cantidad de archivos con los resultados de las corridas, incluyendo los gráficos en formato pdf. Como Dynare está evolucionando rápidamente, lo cual significa que hay gente que continuamente está trabajando para perfeccionarlo, ello trae algunos inconvenientes en el uso práctico. Un ejemplo, es que al momento de escribir este trabajo, si bien la última versión de Dynare es la 4, ésta aún no ha incorporado bien la opción “forecast”. Por ello, para hacer pronósticos es necesario utilizar la Versión 3. Por otro lado, la Versión 3 requiere que sólo haya como máximo un rezago (restricción eliminada con la Versión 4), lo cual significa que cuando uno tiene un modelo que contiene más de un rezago se necesita introducir variables nuevas para eliminar los rezagos superiores a 1. Por ejemplo, si uno tiene una variable  $x_{t-2}$  en el modelo (junto con  $x_{t-1}$  y  $x_t$ ), debe

definir una nueva variable  $x_{1,t} = x_{t-1}$ . Entonces hay que reemplazar  $x_{t-2}$  por  $x_{1,t-1}$  don-  
dequiera se encuentre en las ecuaciones. Además, se debe incluir esta nueva varia-  
ble en el preámbulo y darle un valor de EENE.

## 8. Conclusión

Los modelos EGDE se han convertido en una forma cada vez más utilizada de estu-  
diar complejos fenómenos dinámicos y estocásticos en diversos campos de la  
economía. Son utilizados cada vez más por tomadores de decisiones que quieren  
analizar los efectos de diferentes decisiones de política, o que quieren contar con  
proyecciones hechas con métodos rigurosos. Con este trabajo hemos querido  
brindar una primera aproximación para quienes quieran acercarse a este campo fas-  
cinante de la modelación matemática del quehacer humano, dando no solo una  
síntesis de cómo se construyen los modelos EGDE sino también cómo se calibra  
o estima a sus parámetros.

## Bibliografía

- An, Sungbae, y Frank Schorfheide (2007). "Bayesian analysis of DGE models", *Econometric Review*,  
26 (2-4):113-172 También puede conseguirse en "[http://www.google.com.ar/search?hl=es&q=Baye-  
sian+analysis+of+DGE+models&btnG=Buscar&meta=lr%3Dlang\\_en](http://www.google.com.ar/search?hl=es&q=Bayesian+analysis+of+DGE+models&btnG=Buscar&meta=lr%3Dlang_en)".
- Bauwens, Luc, Michel Lubrano, Jean-Francois Richard, "Bayesian inference in dynamic econometric  
models", *Advanced Texts in Econometrics*, Oxford University Press, 1999.
- Begg, David (1982). *The Rational Expectations Revolution in Macro-Economics: Theories and Evi-  
dence*, Johns Hopkins Univ Press, September.
- Bénassy, Jean-Pascal (2002). *The Macroeconomics of Imperfect Competition and Nonclearing Mar-  
kets: A Dynamic General Equilibrium Approach*, MIT Press.
- Binder, Michael, y M. Hashem Pesaran (1999). "Multivariate rational expectations models and macro-  
econometric modeling: A review and some new results", *Handbook of Applied Econometrics*. Volu-  
me I: Macroeconomics.
- Blanchard, Olivier Jean y Charles M. Kahn (1980). "The solution of linear difference models under  
rational expectations", *Econometrica*, Vol. 48, No. 5, July.
- Blanchard, Olivier Jean and Kiyotaki, Nobuhiro (1987). "Monopolistic Competition and the Effects  
of Aggregate Demand." *American Economic Review*, 77(4), pp. 647-66, September.
- Del Negro, Marco, y Frank Schorfheide (2006). "How good is what you've got? DSGE-VAR as a  
toolkit for evaluating DSGE models, *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Atlanta, Second  
Quarter.
- Dixit, Avinash K. y Stiglitz, Joseph E. (1977). "Monopolistic Competition and Optimum Product Diver-  
sity." *American Economic Review*, 67(3), pp. 297-308, June.
- Calvo, Guillermo, "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework", *Journal of Monetary Eco-  
nomics*, 12 (1983), No. 3 (September):983-998.
- Evans, George W y Seppo Honkapohja (2001). *Learning and Expectations in Macroeconomics*, Prin-  
ceton University Press.

- Griffoli, Tommaso Mancini (2007). *Dynare v4 - User Guide*, Marzo (puede bajarse del sitio de internet de Dynare).
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Juillard, M. (1996): “Dynare: a program for the resolution and simulation of dynamic models with forward variables through the use of a relaxation algorithm”, CEPREMAP working papers 9602, CEPREMAP.
- Juselius, Katarina, y Massimo Franchi (2007). “Taking a DSGE model to the data meaningfully”, economics, *The Open Access, Open Assessment E-Journal*, No. 2007-4, June 5.
- Kim, K. y A.R. Pagan (1999). “The econometric analysis of calibrated macroeconomic models”, *Handbook of Applied Econometrics*. Volume I: Macroeconomics.
- King, Robert G. y Mark W. Watson (1998). “The solution of singular linear difference systems under rational expectations”, *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, November.
- Klein, Paul (2000). “Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear rational expectations model”, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 24, 1405-1423.
- McCallum, B. T. (1983). “On non-uniqueness in rational expectations models: An attempt at perspective”, *Journal of Monetary Economics*, 11, 139-168.
- McCallum, B. T. (1998). “Solutions to linear rational expectations models: A compact exposition”, NBER, April.
- Ruge-Murcia, Francisco J. (2007). Methods to Estimate Dynamic Stochastic General Equilibrium Models, *Journal of Economic Dynamics and Control* 31(8), agosto, 2599-2636. Una versión preliminar puede encontrarse en el sitio: “<http://www.cireq.umontreal.ca/publications/17-2003-cah.pdf>”.
- Sims, Christopher (2000). “Solving linear rational expectations models”, January, sitio de internet de Chris Sims.
- Soderling, Paul (2003). “Lecture Notes for Monetary Policy” PhD course at UNISG, October, sitio de internet de Paul Soderling.
- Uhlig, Harald (1995). “A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily”, Tilburg University, Center for Economic Research in its series Discussion Paper 97, sitio de internet de Harald Uhlig.
- Walsh, Carl (2003). *Monetary Theory and Policy*, second edition, The MIT Press.
- Woodford, Michael (2003). *Interest and Prices*.





## 5. MODELOS DE MÚLTIPLES AGENTES<sup>1</sup>

**D. HEYMANN<sup>2</sup>, E. KAWAMURA<sup>3</sup>, R. PERAZZO<sup>4</sup> Y M. ZIMMERMANN<sup>5</sup>**

### 1. Introducción

El funcionamiento de los sistemas económicos está determinado por interacciones de diferente naturaleza donde participan directa o indirectamente numerosos agentes, cada uno de los cuales tiene motivaciones y propósitos propios, y capacidades cognitivas, similares a las del analista, asignadas a un amplio conjunto de actividades y tareas. No debería sorprender que en el estudio de esta clase de sistemas resulten útiles, según el caso, diferentes metodologías de abordaje o estrategias de modelización, en función de las características de los fenómenos de interés y de los aspectos de los comportamientos y de las interacciones que aparezcan salientes según el fenómeno que se esté analizando. Buena parte del análisis económico se ha enfocado en la elaboración de modelos donde se supone que los agentes actúan como si resolvieran explícitamente problemas de optimización, y donde las expectativas y planes de los agentes terminan siendo consistentes con los comportamientos de los demás. Con esas hipótesis, los estados relevantes serían entonces equilibrios a la Nash donde cada individuo ejecuta estrategias que maximizan sus pagos dados los planes implementados por los demás. Al margen de la diversidad y de la riqueza de la amplia literatura de ese tipo, sus hipótesis de partida limitan la generalidad de los resultados, porque desde un principio restringen los recortes analíticos de los problemas de decisión de los agentes a aquellos que llevan a formulaciones de optimización resolubles (por el analista) y porque,

---

<sup>1</sup> Se agradecen los comentarios de O. Chisari. Vale la aclaración usual sobre responsabilidad de los autores.

<sup>2</sup> CEPAL, UBA, UdeSA, UNLP.

<sup>3</sup> UdeSA.

<sup>4</sup> ITBA.

<sup>5</sup> UdeSA.

al concentrarse exclusivamente en posiciones de equilibrio, dejan fuera del campo de exploración a los procesos de co- adaptación (como los derivados del aprendizaje en escenarios sociales) que generan dinámicas en las conductas individuales y en los sistemas en su conjunto. Así, se pasan por alto a las preguntas acerca de la pertinencia de las condiciones de equilibrio (véase, por ejemplo, Farmer y Geanakoplos, 2008). Esas limitaciones surgirían en contextos de diferente tipo, y serían relevantes, por ejemplo, en el estudio de fenómenos como las fluctuaciones macroeconómicas de gran amplitud, donde no parecería adecuado postular sin más una consistencia de planes y expectativas que dejaría de lado la eventualidad de que surjan fallas de coordinación (véase por ejemplo Leijonhufvud, 1981; Heymann, 2007).

La ampliación del rango de las preguntas analíticas potencialmente abordables y de los fenómenos económicos sujetos a representación requeriría entonces la búsqueda de enfoques y procedimientos alternativos. Una de las líneas de investigación al respecto ha enfatizado el estudio de los mecanismos de decisión individual, a partir de la evidencia que pone en cuestión la validez de la maximización de la utilidad esperada aun en contextos experimentales relativamente simples (véase por ejemplo Kahneman y Tversky, 2000). La “economía del comportamiento” ha encarado la búsqueda de hipótesis que se adecuen a esa evidencia, considerando a veces el posible sustrato neurológico de las conductas (cf. Camerer et al., 2005; Navarro, 2008; véase la discusión en Gul y Pesendorfer, 2005). Los “modelos de múltiples agentes”, por su parte, se focalizan en el estudio de sistemas cuya representación demandaría concentrarse principalmente en las formas de interacción entre los agentes, más allá de los detalles de las conductas individuales; es decir, donde la evolución del sistema depende sobre todo de la manera en que están definidas las restricciones a las acciones de los individuos, y no tanto de cómo estos elegirían entre las alternativas abiertas (una instancia polar sería el de los modelos de mercado con “agentes de inteligencia cero”, al modo de Gode y Sunder, 1993). En todo caso, el énfasis sobre la especificación de los mecanismos y procesos de interacción (sin restringir los entornos a aquellos que permitirían conductas explícitamente optimizadoras) hace que, en general, los comportamientos individuales se modelen en base a heurísticas o procedimientos adaptativos relativamente simples, no necesariamente por una opción metodológica a priori, sino por las características del problema analizado.

En contraste con los esquemas de “agente representativo”, donde la descripción “macroscópica” del sistema es idéntica, a menos de un factor de proporció-

nalidad, a la de la conducta de un dado componente, los modelos económicos de agentes múltiples están dirigidos, por construcción, a explorar rasgos de funcionamiento (o “hechos estilizados”) que se derivan de procesos de organización, característicos de cómo está poblado y configurado el sistema, y donde se combinan acciones, generalmente heterogéneas, de diversos agentes. La relevancia de las interacciones entre agentes con distintas características y funciones ha sido marcada en argumentos económicos altamente significativos, como los que analizan el rol de la división del trabajo y de los procesos de coordinación asociados. Por otro lado, el énfasis sobre los efectos resultantes de la acción interrelacionada de grupos de agentes se corresponde con la noción, tradicional en el estudio de sistemas físicos y biológicos, de que las interacciones de elementos más o menos numerosos inducen rasgos de comportamiento que se manifiestan a escalas del orden del sistema en su conjunto (“más es diferente”, en la expresión de Anderson, 1972); el término de “propiedad emergente” suele utilizarse para designar a los patrones de organización y funcionamiento de sistemas que no resultan de manera simple o directa a partir de las leyes de movimiento de los componentes elementales.

Desde la perspectiva de su expresión formal, los modelos de múltiples agentes son sistemas dinámicos, usualmente no lineales y de elevada dimensionalidad, donde la acción de cada unidad está definida algorítmicamente (tal vez con algún componente estocástico) en función del estado previo determinado por el conjunto de acciones. En general, esos sistemas no permiten soluciones cerradas, por lo cual se los estudia a través de simulaciones. De todos modos, el uso de técnicas computacionales de análisis y representación, difundido en el campo de los modelos de múltiples agentes, es actualmente común a diferentes áreas y enfoques de la investigación económica (véanse los trabajos de este volumen, Chisari, 2009).

El trabajo en el análisis de sistemas económicos y sociales con modelos computacionales de múltiples agentes (a veces descripto con la sigla “ACE”, *Agent-Based Computational Economics*), aunque bastante incipiente, ha tomado un volumen apreciable, y generado la producción de textos y recopilaciones (por ejemplo, Judd y Tesfatsion, 2006; Albin, 1998; Durlauf y Young, 2001; Bar-yam, 2003; Epstein, 2007; Aoki y Yoshikawa, 2006; Lux y Marchesi, 2002; véase también Heymann et al., 2008), así como relevamientos del campo (por ejemplo, Epstein, 2006; Leijonhufvud, 2006; Tesfatsion, 2006 y el material contenido en [www.econ.iastate/testatsi/ace](http://www.econ.iastate/testatsi/ace)). Los esquemas de agentes múltiples buscan una aproximación “constructiva” (Tsfatsion, 2006) o “generativa” (Epstein, 2007) es decir,

se plantean la elaboración de representaciones de sistemas económicos en que las regularidades macroscópicas de interés surjan del funcionamiento observable de un modelo que describe comportamiento e interacciones de sus elementos constitutivos. Estos esquemas han venido siendo utilizados en diferentes campos; si bien buena parte de los desarrollos son recientes, los orígenes de la literatura se remontan a varias décadas (por ejemplo, el modelo de Schelling, 1971, 1978, sobre segregación residencial, que se comenta más adelante, o el de Granovetter, 1978, acerca de contagios sociales). Los modelos de interacciones, generalmente resueltos por simulaciones computacionales se refieren a temas que abarcan, por caso, desde cuestiones de finanzas (e.g. Arthur et al., 1997, Bullard y Duffy, 1998, Nier et al., 2007, Allen y Babus, 2007) a exploraciones sobre la dinámica demográfica y económica de grupos humanos en contextos geográficos específicos (como el estudio de Dean et al., 1999 sobre los pobladores del valle Anasazi en Arizona, EEUU, entre los años 800 y 1300 –véase también Diamond, 2002–, o el efectuado en Lansing y Kremer, 1993, acerca de la administración de recursos de agua en la isla de Bali). Entre otras aplicaciones, se pueden mencionar trabajos sobre mecanismos de intercambio concretos (e.g. Kirman y Vriend, 2001, sobre la organización del mercado de pescado en Marsella), comportamientos de segmentación y conflicto social (e.g. Epstein, 2002), y patrones de cooperación en juegos repetidos (del tipo del dilema del prisionero) donde existen relaciones de vecindad entre los agentes (Nowak y May, 1993, Huberman y Glance, 1993, Epstein, 1998, Zimmermann y Eguiluz, 2005),

Este capítulo se propone comentar brevemente aspectos del tema en base a la discusión de algunos trabajos específicos, que se refieren a tres cuestiones generales de relevancia analítica, y que proveen ilustraciones sobre la forma en que los modelos de múltiples agentes pueden abordar el estudio de fenómenos económicos concretos. En primer lugar, se presentan dos ejemplos de modelos que representan de manera sencilla efectos de auto-organización de sistemas a partir de la interacción de comportamientos esquemáticos de agentes, y generan de esa manera propiedades de ordenamiento macroscópico. Posteriormente, se exponen un par de modelos que, de distinta manera, representan el surgimiento de propiedades agregadas potencialmente estacionarias en sistemas donde las acciones individuales evolucionan sin instalarse en estados de reposo, es decir donde los sistemas observados en su conjunto pueden mantener características más o menos uniformes en el tiempo mientras varía el estado de sus elementos. Por otra parte, los modelos mostrados en la sección 3 sugieren formas en que los esquemas de múltiples agentes pueden vincularse con el análisis de datos relevados en econo-

más reales, o resultantes de experimentos. Finalmente, la sección 4 trata sobre la utilización de modelos *ACE* para estudiar procesos de intercambio en mercados, lo que se vincula con el potencial que podrían tener en algún momento estos modelos para estudiar fenómenos de coordinación macroeconómica y, en última instancia, facilitar la comprensión de los alcances y limitaciones de las capacidades de auto-regulación de sistemas económicos.

## **2. Modelos simples de auto-organización**

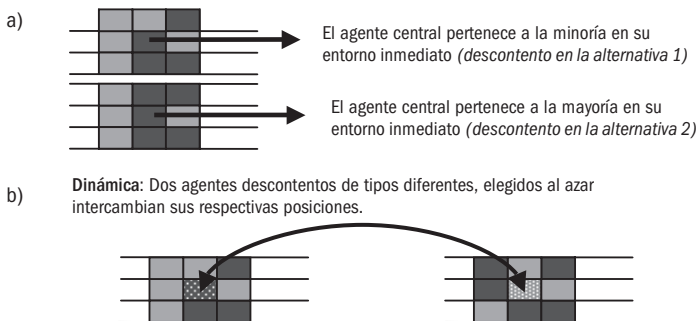
El tema común a los modelos comentados aquí es el análisis de patrones identificables de la observación de grandes subconjuntos de determinados sistemas, y que surgen de la interacción de conductas simples de componentes individuales. Ambos modelos están motivados por fenómenos concretos: en un caso, la inquietud se refiere a las condiciones que generarían los rasgos de segregación étnica en la distribución de la residencia observada en ciertas ciudades; en el otro, a la forma en que un conjunto de agentes podría definir descentralizadamente secuencias de utilización individual de un recurso (asistencia a un bar, en el ejemplo particular) de manera de satisfacer alguna restricción agregada de capacidad (cantidad máxima de asistentes más allá de la cual se produce congestión).

### **Modelo de segregación por vecindarios**

El pionero modelo de Schelling (1971) surgió de la constatación de la existencia de segregación residencial, y de la pregunta específica sobre si su surgimiento requiere que los miembros de un grupo étnico tengan gran aversión a estar en contacto con otros grupos. La hipótesis de partida es que los efectos de segregación pueden surgir cuando los individuos actúan, de manera mecánica, en función de una preferencia por no pertenecer a una minoría étnica en su vecindario inmediato, es decir que no se necesita que haya un rechazo muy fuerte a residir cerca de personas de grupos distintos.

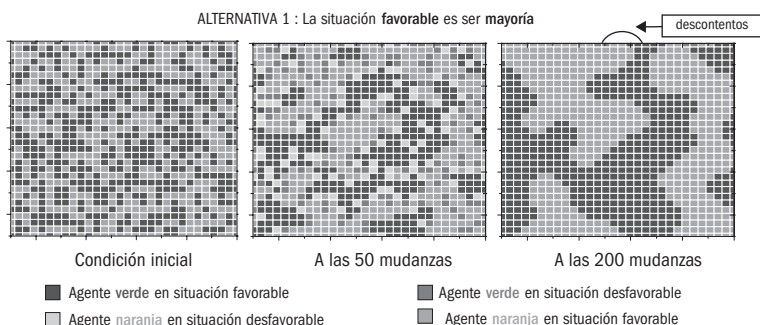
El modelo utiliza un esquema de “autómata celular finito” o sea, a grandes rasgos, un espacio donde los agentes se ubican dentro de una estructura de localización que determina relaciones de vecindad, y donde cada agente (célula) puede tomar una cantidad finita de estados, con una dinámica que es función del estado de la propia célula y de aquellas que se encuentran en un vecindario definido de alguna manera (para más detalles, véase, por ejemplo, Heymann et al., 2008). En este caso, el espacio está conformado por una grilla cuadrículada (con los bordes

unidos, de manera que en la “ciudad” así definida no se distingan ubicaciones céntricas y periféricas). No hay lugares vacíos: todas las celdas están ocupadas por un agente, que está caracterizado un color (de dos posibles). El estado del sistema viene dado entonces por la distribución geográfica de los colores de las celdas. Las condiciones de vecindad están definidas simplemente por la existencia de contacto entre las células; todo agente tiene entonces ocho vecinos (dos en dirección vertical, horizontal y en cada una de las diagonales). Por hipótesis, se supone que un agente está descontento si un número mayor o igual a cinco de sus vecinos tiene color distinto al suyo. En lo que sigue se trata también una variante del modelo original (alternativa 2), donde los agentes tienen “preferencia por la diversidad”, y consecuentemente están descontentos si están rodeados por una minoría de agentes del otro color.



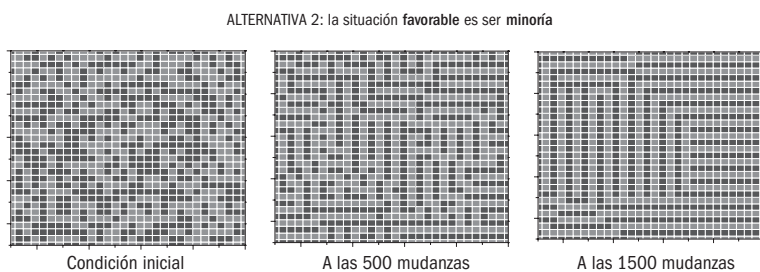
[Figura 1] El panel (a) muestra los casos en que el agente ubicado en la posición central está en situación desfavorable cuando es minoría (alternativa 1), y cuando es mayoría (alternativa 2). El panel (b), muestra una situación en que dos agentes de distinto color pueden definir mudanzas beneficiosas para ambos, lo que modifica la configuración de residencias.

Inicialmente, hay una distribución dada de agentes en la grilla (en los ejemplos mostrados a continuación, cada celda se llena de manera aleatoria, con igual probabilidad para ambos colores). La dinámica tiene lugar a través de una sucesión de “encuentros” de agentes elegidos al azar, que permutan sus posiciones si y solo si son de distinto color, y ambos están descontentos. Se puede ver que el sistema se mueve hacia una configuración por “barrios” de colores homogéneos (si bien la tolerancia a la diversidad de parte de los agentes se refleja en la irregularidad de los contornos de esas regiones).



[Figura 2] Dinámica del modelo de Schelling a partir de una configuración aleatoria con selección equiprobable de elementos de cada tipo (verde y naranja), y para el caso en que los agentes están descontentos cuando su color es minoritario en su entorno. La figura luego de 50 mudanzas grafica las ubicaciones de agentes descontentos, e indica re-localizaciones potenciales. Tras de 200 iteraciones, el sistema se encuentra en un estado estacionario con segregación espacial, caracterizado con “vecindarios” homogéneos.

En el caso en que los agentes prefieren estar en minoría, el sistema se organiza en forma de “calles”, en que una fila de un color está rodeada por filas del otro. Sin embargo se aprecia que, dado que esas filas pueden orientarse de diferente manera (horizontal o vertical, por ejemplo), las interacciones descentralizadas (por mudanzas “de a pares”) pueden generar estados en que, a falta de mecanismos de coordinación global, quedan individuos descontentos (en las fronteras de las regiones “verticales” y “horizontales”).



[Figura 3] Dinámica del modelo de Schelling, en la alternativa 2, cuando los agentes prefieren formar parte de una minoría en su entorno. El sistema tiende a un estado en que subsiste un pequeño número de agentes descontentos, que se concentran en los bordes de amplios dominios. Se nota cómo surgen secciones con un patrón de localización por “calles horizontales”, y otras donde la organización es “vertical”.

El modelo, de gran sencillez, se presta para extensiones y variantes. Por ejemplo, se verifica que, si los agentes son muy intolerantes (es decir, si están descon-



tentos cuando, aun estando en mayoría en su vecindario, existen algunos miembros del otro grupo alrededor) no existen barrios estables mientras que, si los individuos no quieren pertenecer a una minoría pequeña (es decir, aceptan estar en minoría siempre que la diferencia de representación en el vecindario no exceda una cota), se generan de todos modos efectos de segregación. Otra variante posible (véase Heymann et al., 2008), sería la introducción de un “mercado inmobiliario” en que las preferencias dependen de las características étnicas del vecindario y de una variable que mide la riqueza pecuniaria, y los cambios de localización de los agentes ocurren mediante transacciones mutuamente convenientes para las partes, e implican pagos en función de los valores monetarios que los individuos asignan a habitar en las distintas localidades.

El ejemplo ilustra varios puntos de tipo general que, a su modo, se aplican a los demás ejercicios analíticos que se discuten luego. El modelo está inspirado por hechos observables. Su construcción es muy esquemática, especialmente en cuanto a la descripción del comportamiento de los agentes. Más que buscar una formulación general, se trata de destacar rasgos esenciales de las conductas y de la configuración de sistema asociados con el problema bajo consideración. Aun en esta representación “mínima”, el modelo no se presta para una solución cerrada. No obstante, las simulaciones de la dinámica muestran una evolución cualitativamente interpretable, y generan patrones macroscópicos definidos. Estos resultados no se derivan “inmediatamente” de las conductas individuales y, en ese sentido, se trata de comportamientos “emergentes”.<sup>6</sup> La simplicidad misma del modelo, al tiempo que permite asociar fenómenos concretos con propiedades nítidamente estilizadas del sistema, llama tiempo a estudiar extensiones y variantes, para analizar la robustez y las limitaciones de los resultados, reforzar la comprensión de los mecanismos que llevan a determinados rasgos de organización, y como exploración de efectos potencialmente relevantes en sistemas reales. Queda, como cuestión abierta, la identificación de criterios precisos que lleven a la validación (o no) del modelo como instrumento de representación de un conjunto específico de fenómenos.

---

<sup>6</sup> Se observa que, en este punto, la definición de propiedad “emergente” es de considerable vaguedad, porque depende de un juicio sobre la dificultad para inferir características macroscópicas a partir de los comportamientos individuales que, en conjunto, las generan. Véase la crítica a la utilización del concepto en Epstein y Axtell (1996) (también Epstein, 2007), que sugieren enfocarse simplemente en “los patrones sistemáticos que emanan de interacciones locales entre agentes”.

**Coordinación entre muchos agentes: el modelo de “El Farol”**

El modelo está inspirado por una situación de índole cotidiana. Supóngase que en un determinado vecindario existe un local (el bar “El Farol” al que se refiere el trabajo original de Arthur, 1994) cuya capacidad máxima de recibir concurrencia es menor que el número de potenciales parroquianos (ambas cantidades: la capacidad,  $K$ , y el número de personas interesadas en concurrir,  $N$ , se suponen dadas). A los efectos del problema, las preferencias de los agentes están definidas simplemente por una utilidad positiva si su acción es correcta, o sea si concurren al local y éste no se encuentra congestionado (o sea que la cantidad de otros individuos que asisten es menor a  $K$ ), o si no van y la asistencia excede a la capacidad; la utilidad es negativa en los demás casos, cuando la elección es errónea. El planteo se reduce entonces a un juego de coordinación entre los  $N$  agentes, donde los equilibrios de Nash están dados por las configuraciones de asistencia que, en cada día, hacen que exactamente  $K$  individuos vayan al local. Para valores no muy pequeños de  $N$ , habría entonces una gran multiplicidad de patrones de asistencia de equilibrio, tales que día a día se selecciona una entre las combinaciones de  $N$  individuos tomados de a  $K$  que hacen que el local se llene sin congestión. En consecuencia, las preguntas que surgen son si, y cómo, las decisiones descentralizadas de los agentes llevan a ubicar al sistema en un equilibrio de Nash y, si tal fuera el caso, cuáles serían las características de ese equilibrio.

En condiciones como las descriptas, en que la dimensión del espacio de acciones posibles es muy grande (2 a la potencia  $N$  cada día) y, dada la simetría del problema, no existen “puntos focales” obvios que orienten expectativas y decisiones de los distintos individuos en correspondencia unas con otras, resulta difícil imaginar que algún estado de equilibrio se establezca automáticamente a través de un proceso “eductivo” (Guesnerie, 1992) de formación de conjeturas (y de conjeturas de orden superior sobre conjeturas de los demás), en que los agentes convergen “en tiempo virtual” a un conjunto de conductas compatibles entre sí. Si bien es concebible que los agentes se coordinen de entrada sobre estrategias mixtas con probabilidad de concurrencia  $K/N$ , ello requeriría que los agentes consideren esquemas probabilísticos de asistencia (y supongan que todos los demás lo hacen), y que tengan la información agregada como para identificar el valor numérico de la probabilidad de equilibrio. Resulta más plausible concentrarse el análisis de conductas definidas por secuencias (determinísticas) de concurrencia o abstención en cada día. La pregunta relevante sería entonces si existen mecanismos inductivos de aprendizaje que, a lo largo del tiempo, hacen que las acciones individuales vayan convergiendo a algún

equilibrio. Así, se trataría de establecer la manera en que co- evolucionan los comportamientos individuales mediante procedimientos de adaptación a un entorno que está definido por las conductas colectivas.

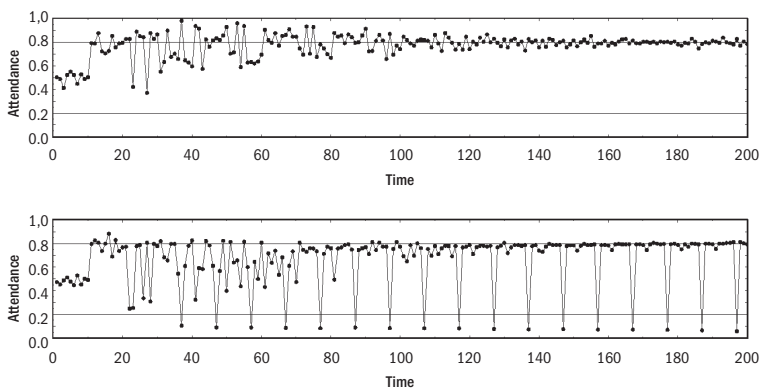
La representación de procesos de aprendizaje de los agentes económicos es parte de una agenda abierta en diversos campos de investigación (véase, por ejemplo, Leijonhufvud, 1993; Sargent, 1993; Evans y Honkapohja, 2001, para discusiones y sugerencias de avance en el análisis de la formación de expectativas macroeconómicas.) Una técnica que ha sido empleada, tanto con fines de identificación de acciones óptimas en problemas prácticos como para la descripción de comportamientos en modelos analíticos es la de los “algoritmos genéticos” (véase Holland, 1992). Este procedimiento de búsqueda de estrategias se inspira en la teoría biológica de la evolución, y se aplica especialmente a los problemas de identificación de máximos globales en “terrenos rugosos”, donde no son utilizables de manera obvia métodos usuales del tipo del cálculo, y donde interesa particularmente balancear la “experimentación” (para que la exploración de alternativas no se interrumpa en un punto inferior a otros potencialmente alcanzables) y la “selección”, que tiende a conservar los buenos resultados ya alcanzados a lo largo del aprendizaje. En breve síntesis, en un algoritmo genético, las estrategias disponibles están codificadas en “palabras” de  $N$  bits (por ejemplo, en un alfabeto binario), cada una de las cuales se identifica con un “genoma”. Un agente parte con una cierta cantidad de estrategias o genomas que conforman su conjunto de elección inicial; el proceso de adaptación consiste en ir modificando el contenido de esos genomas de forma de optimizar los resultados de implementar las estrategias elegidas para generar las acciones del individuo.

En el problema de asistencia al bar, una estrategia podría estar dada por una secuencia de números 1 y 0 en las posiciones  $[1, \dots, m]$  que indican si, según esa estrategia, el individuo concurriría (1) o no (0) al local en cada día de una “semana” de  $m$  días (este es el esquema utilizado en Heymann et al., 2004, sobre el que se basan los comentarios que siguen). El individuo parte con una cantidad  $P$  de estrategias (elegidas al azar, por ejemplo). Al cabo de una cantidad  $s$  de semanas, el agente reconsidera sus estrategias (ese número es un parámetro del proceso de búsqueda, que mide la velocidad con que el agente modifica sus planes, y que debería hacer un balance entre mantener una búsqueda “activa” y reunir una cantidad suficiente de información antes de revisar decisiones). Esto implica evaluar las utilidades que habrían resultado si se hubiera empleado en ese intervalo cada una de las  $P$  secuencias disponibles, dada la cantidad total de asistentes al local efectivamente observada en los días que abarca el período. Ciertamente, esa evaluación se basa en los comportamientos agregados del pasado, a sabiendas que exis-

te una dinámica en el sistema; sin embargo, las dificultades para formular cálculos “prospectivos” harían que resulte razonable suponer que los agentes recurren a mecanismos de tipo adaptativo basados en datos de la historia observada.

En todo caso, una vez medidos los índices de desempeño “contrafactual” de las estrategias, éstas quedan clasificadas según la utilidad que habrían generado. A la manera de la selección natural, el algoritmo genético comienza eliminando a los genomas “menos aptos” a efectos de la “reproducción”, o bien asignando probabilidades de reproducción en función de aquellas utilidades. Una vez hecho eso, las estrategias “convocadas” para reproducirse se toman de a pares, y se “cruzan” para formar sucesores que incorporan parte del genoma de ambos “antepasados”; esto implica elegir un punto de corte  $j$  en la palabra de  $m$  letras, y copiar el genoma de uno de los progenitores en las posiciones  $[1, j]$  y el del otro en las posiciones  $[j+1, m]$ . La nueva “generación” de estrategias está sujeta a mutaciones que (con baja probabilidad) modifican letras del genoma. Como se ve, tanto el apareamiento como la mutación tienden a explorar variantes de las estrategias comparativamente “exitosas” que resultan de la selección.

En la figura 4 se puede ver el comportamiento de la concurrencia agregada en dos simulaciones donde los agentes eligen secuencias (ir, no ir) en base a un algoritmo genético. La asistencia de congestión es 80% de la población; en el ejercicio se supuso, además, que existe una cantidad mínima de parroquianos (20% de la población), por debajo de la cual los individuos pierden interés en asistir.



[Figura 4] Simulación numérica del modelo El Farol partiendo de dos condiciones iniciales distintas (extraída de Heymann et al., 2004). En el panel superior la concurrencia converge a la del punto de congestión, del 80% de la cantidad total de agentes. El panel inferior muestra un caso en que la dinámica del sistema lleva a que los agentes se coordinen de forma de inducir en algunos “días de la semana” una asistencia al nivel de saturación, mientras que otros días existe un equilibrio en que los agentes eligen no asistir, y la concurrencia está por debajo del mínimo aceptable de 20% de la población.

En el panel superior se aprecia un caso en que, luego de un período de transición, la cantidad de asistentes se estabiliza en valores cercanos al máximo de la capacidad; es decir, se alcanzan estados asimilables (aproximadamente) a equilibrios de Nash que, además, son aquí Pareto óptimos. Es decir, a través de sus conductas de adaptación y aprendizaje, los agentes adoptan planes complementarios entre sí, sin que haya un mecanismo “colectivo” de coordinación: el proceso es asimilable a la operación de la “mano invisible”, en un contexto diferente al tradicional escenario de intercambio. Por otra parte, si las estrategias se interpretan como patrones de concurrencia o no en días específicos (es decir, sin elementos probabilísticos), el estado de llegada viene dada por una “ecología” de conductas distintas; de hecho, por la construcción del problema, un equilibrio sería incompatible con secuencias homogéneas de asistencia por parte de todos los agentes (para que en día determinado 80% de los individuos asistan “cómodamente” al local, el otro 20% debe abstenerse de ir). Además, los estados alcanzados pueden ser asimétricos en cuanto a la frecuencia de asistencia (aunque los agentes sean en principio idénticos en sus preferencias y métodos de decisión): a lo largo de la evolución del sistema, algunos individuos aprenden que a menudo “tienen lugar” en el local, mientras que la experiencia de otros es que, cuando intentan concurrir, el lugar está lleno.

Cuando existe un mínimo de concurrencia aceptable pueden ocurrir “fallas de coordinación”, tales que el sistema tiende a ubicarse en equilibrios subóptimos.<sup>7</sup> Esto se observa en el panel inferior de la figura 4: en el transcurso de la transición (y por razones puramente incidentales) los agentes aprenden que en algunos días de la semana no conviene ir al local, porque “nadie va”.<sup>8</sup>

Al margen de sus características particulares, el modelo muestra en una instancia concreta la operación de mecanismos de aprendizaje descentralizados, que resultan capaces de generar comportamientos consistentes unos con los otros. La convergencia a algún tipo de equilibrio ocurre a través de una dinámica de transi-

---

<sup>7</sup> La frase “falta de coordinación” es ambigua, porque se la utiliza tanto para referirse a situaciones en que las conductas de los agentes son inconsistentes entre sí (o sea que el sistema no se encuentra en un equilibrio de Nash) como a aquellas en que los comportamientos son consistentes, pero no socialmente óptimos (el punto está discutido, por ejemplo, en Heymann, 2007, en relación al análisis macroeconómico). La alusión en este punto del texto es al segundo sentido del término, en otros lugares del trabajo se pone énfasis sobre el primer significado.

<sup>8</sup> La suboptimalidad de esa situación depende de que los agentes alcancen mayor utilidad cuando van a local y encuentran una concurrencia aceptable que cuando el estado es que (también habiendo elegido la acción correcta) no asisten y la concurrencia agregada tiene un valor inconveniente para ir.

ción, que forma una parte central del modelo, y está sujeta a perturbaciones (aquí, en particular, las mutaciones de los planes) sobre las estrategias individuales. El modelo llama la atención hacia la falta de relación biunívoca entre “micro conductas” y “macro configuraciones”: la llegada a un estado de más o menos plena ocupación es compatible con diferentes comportamientos individuales, e incluso con distintos criterios de decisión (p.ej. estrategias basadas en probabilidades de asistencia o estrategias deterministas “imbricadas”). Una pregunta que surge naturalmente es hasta qué punto las características cualitativas del comportamiento descrito dependen críticamente de la especificación de los mecanismos de aprendizaje que determinan las conductas individuales. Ese es un tema abierto (para el modelo específico, y en términos generales); sería esperable que los efectos de adaptación colectiva, y ciertos rasgos de las transiciones sean comunes a conjuntos de esquemas inductivos, mientras que otros serían variables. En este sentido si, por ejemplo en el modelo en cuestión se admite la posibilidad de comportamientos de imitación local, en que los agentes recurren a copiar las acciones de sus vecinos más exitosos cuando sus propias estrategias individuales producen resultados menos beneficiosos, aparecen efectos de avalancha que se pueden asociar con fenómenos de “corridas”, cuando de manera más o menos abrupta los individuos abandonan sus esquemas propios de revisión de estrategias que guardan una memoria de la experiencia acumulada en varios períodos, y pasan a un “modo imitativo” con respuestas inmediatas a lo que ven a su alrededor. (Heymann et al., 2004).

### **3. Micro dinámicas y macro distribuciones**

La noción de equilibrio tiene varios sentidos posibles en el análisis económico. El concepto asociado al equilibrio general o a los equilibrios de Nash de juegos se refiere a la compatibilidad de planes y comportamientos (los individuos optimizan dado lo que deciden los demás agentes; a menos de perturbaciones aleatorias “externas al sistema”, nadie quisiera retrospectivamente modificar sus acciones dado lo que observa que ha hecho el resto de los agentes). Esto no implica presunción alguna sobre la forma de la evolución temporal del sistema; por caso, los “ciclos reales de equilibrio” (CRE) de la literatura macroeconómica buscan representar vaivenes de la actividad mediante construcciones de equilibrio general. Un segundo tipo de idea de “equilibrio” asociaría la expresión a un estado estacionario del sistema, y de cada uno de sus componentes (por ejemplo, en la interpretación usual del modelo elemental de CRE en que el estado agregado de la economía es un reflejo, ampliado, del estado del agente representativa, la constancia de

uno equivale a la del otro). Alternativamente, el término podría referirse a situaciones en que las características agregadas del sistema permanecen aproximadamente constantes mientras que los elementos van modificando su estado sin alcanzar posiciones de reposo. Este sentido del equilibrio, que tiene numerosas contrapartidas en sistemas biológicos y físicos (por ejemplo, un material cuyo estado macroscópico es constante mientras que –o en razón de qué– sus partículas componentes mantienen determinadas dinámicas) es el que se enfatiza en esta sección. Se tratan dos ejemplos aplicados a cuestiones económicas concretas: el análisis de la demografía y la distribución de tamaño de empresas, y los patrones de formación de precios en un mercado donde compiten empresas sujetas a restricciones de capacidad.

### **Dinámicas de población de firmas y distribuciones de tamaño.**

El punto de partida del trabajo de referencia (Axtell, 1999) es la observación que, mientras que las firmas individuales experimentan cambios apreciables (creación, destrucción, ampliaciones o reducciones de escala) ciertas propiedades del conjunto varían poco; en particular, los tamaños tienden a mantener (en los EEUU) distribuciones que responden a una “ley de Zipf”, es decir a una función potencial, en este caso con un parámetro cercano a la unidad.<sup>9</sup> El argumento básico es que la dinámica de las firmas refleja una tensión entre la existencia de rendimientos crecientes al formar equipos productivos (“firmas”) de mayor tamaño, los cuales tienden a balancearse con menores incentivos al esfuerzo cuando los individuos integran grupos más numerosos.

En concreto, el modelo supone que las firmas consisten en grupos de individuos, cada uno de los cuales contribuye “esfuerzo” a la producción del conjunto (los trabajadores pueden diferir en el esfuerzo aportado, pero no existen roles

---

<sup>9</sup> Zipf (1932) observó que la distribución de la frecuencia de utilización de palabras responde, en diversos idiomas, a una función potencial. La difusión en diversos campos de distribuciones que siguen leyes de potencia (para citar algunos casos más o menos al azar: la intensidad de terremotos, la cantidad de conexiones de sitios de Internet, los rendimientos de algunos activos, los ingresos personales, en ciertos rangos) ha dado lugar a una búsqueda de rasgos de comportamiento generales de “sistemas complejos” que podrían dar cuenta de esa regularidad (véase, por ejemplo, Bak, 1999, donde se sugiere una vinculación genérica entre las leyes de potencia y efectos de interacción que llevarían a estados de “criticalidad auto-organizada”, como en el ejemplo prototípico de la pila de arena, en que al agregar granos a una pila se conformarían “pirámides” tales que el agregado de un grano adicional daría lugar a avalanchas que, según los detalles de la configuración, pueden ir de una caída de muy pocos granos a un gran colapso. Una aplicación económica se encuentra en Bak et al., 1992).

diferenciados dentro del grupo). Los individuos son heterogéneos en sus preferencias entre consumo y ocio. El producto de una firma depende, más que proporcionalmente, del esfuerzo agregado (en algunos ejercicios, se postula una función cuadrática, con derivada segunda positiva). No es posible (porque el trabajo de cada agente es inobservable o por otra razón) condicionar la remuneración individual al esfuerzo realizado; se postula que el producto es simplemente repartido de manera uniforme entre los miembros de la firma (la que, dado que no existen pagos contractuales ni agentes con derechos sobre los ingresos residuales, funciona en realidad como una cooperativa). Desde este punto de vista, la ejecución de esfuerzo tiene el carácter de una contribución a un bien público, con los consiguientes problemas de incentivos. Los individuos tienen preferencias que están definidas sobre el ingreso (o el consumo de bienes) y el ocio (complemento del esfuerzo realizado). Hay heterogeneidad en cuanto a los parámetros de esas preferencias: algunos agentes valoran más el ocio, y otros el consumo.

Un supuesto importante del modelo es que la decisión de unirse a una firma es privativa del individuo, y no requiere intervención o aceptación de los trabajadores que ya la integran. Dada esa hipótesis, en cada período, cada agente elige su ocupación comparando el nivel estimado de utilidad que obtendría manteniéndose en la firma actual, trabajando como auto-empleado (es decir, en una firma donde es el único miembro), o incorporándose a una dentro de un conjunto de firmas que observa porque ahí trabajan agentes de los cuales es “vecino”. Estas estimaciones se basan en “maximizaciones miopes”, que miden, para cada alternativa, las utilidades que resultarían cuando el individuo elige el esfuerzo óptimo dado el esfuerzo que en el período anterior han realizado los trabajadores de las firmas que considera como potenciales empleadoras de su trabajo. Claramente, esta optimización genera funciones de reacción con propiedades de “sustitución estratégica”: el individuo realizaría niveles de esfuerzo que varían negativamente con el esfuerzo agregado que entregan sus (potenciales) colegas en una firma.

Las simulaciones de este sistema generan dinámicas de nacimiento, desaparición y expansión o contracción de firmas individuales, y también distribuciones de variables como empleo y producción por empresa. Se observa que hay comportamientos del tipo de “ciclo de vida” de firmas. Típicamente, los grupos crecen por incorporación de agentes muy “productivos” (es decir con poca preferencia por el ocio): cuando la empresa es pequeña, también lo es el efecto de desincentivo al esfuerzo para esos individuos, lo cual hace aumentar rápidamente el producto medio. En algún momento, esto induce la entrada de individuos con preferencias sesgadas hacia bajos esfuerzos. El comportamiento de “free



riding” de esos agentes reduce el atractivo de permanecer en la firma para los trabajadores de alta productividad. Cuando éstos abandonan la empresa, se produce un rápido colapso, porque la caída de la producción media hace que también los agentes propensos al ocio estarían descontentos permaneciendo en aquélla.

Estos procesos de creación, expansión, decadencia y disolución generan una dinámica persistente en la que se va modificando la configuración de los grupos de agentes que forman empresas, sin alcanzar estados de reposo. Sin embargo, ciertas características agregadas se mantienen. La relación entre producción y tamaño de las firmas en una función aproximadamente lineal; el efecto es interesante, porque indica que en las simulaciones los rendimientos crecientes al esfuerzo se balancean con menores esfuerzos por ocupado, lo cual induce la apariencia de rendimientos constantes, con producciones por empresa aproximadamente proporcionales a la cantidad de trabajadores que ocupan. Por otra parte, se aprecian fluctuaciones no muy amplias en indicadores como el producto agregado y el tamaño medio de las firmas existentes. La distribución de empresas según número de empleados sigue una ley de potencias: este resultado coincide con las observaciones empíricas

Quedaría por ver cuáles son las características del modelo que le hacen generar las distribuciones que se observan al simularlo, así como la sensibilidad de los resultados a supuestos como los que se refieren a las condiciones para que un trabajador se incorpore a una firma existente. En todo caso, el modelo es un ejemplo interesante donde comportamientos individuales relativamente simples interactúan de manera de inducir dinámicas individuales y patrones agregados que pueden ponerse en correspondencia con fenómenos observados: si bien se trata de un análisis exploratorio, parece capaz de sugerir interpretaciones de “hechos estilizados”.

## **Formación de precios por firmas con restricciones de capacidad**

### **a) Cuestiones generales**

Una parte significativa de las compraventas cotidianas de bienes de consumo tienen lugar entre los demandantes y firmas que deciden precios sin ser de gran tamaño, y cuyas posibilidades de oferta, en lo inmediato, están limitadas por restricciones de capacidad. Los modelos usuales de competencia monopolística (à la Dixit y Stiglitz, 1977, véase también las referencias de Tirole, 1988) suponen que el “poder de mercado” de las firmas surge de características tecnológicas (en

cuanto a la imperfecta sustituibilidad de los bienes, por ejemplo), que generan funciones de demanda cuya elasticidad- precio es un parámetro estructural, conocido por las empresas. Por lo tanto, al momento de determinar el margen de precio sobre costo, cada oferente lo haría con pleno conocimiento de la forma que toma la disyuntiva entre el beneficio por unidad y el volumen de ventas.<sup>10</sup>

En la práctica, obtener dicha función de demanda no es sencillo. La actividad de los oferentes en situaciones típicas implica comportamientos de “búsqueda de precios” (Alchian y Allen, 1963) en un entorno en que la configuración del mercado y el funcionamiento del proceso competitivo se determinan y varían en función de las conductas de los agentes que participan en los intercambios. Este tipo de interacciones parece naturalmente abordable a partir de modelos de múltiples agentes, cuyos resultados pueden ponerse en correspondencia con aquellos derivados de experimentos. A continuación se presentan algunos análisis basados en trabajo en curso, dirigidos a estudiar el comportamiento de grupos de firmas que compiten a través de la fijación de precios, y enfrentan restricciones de capacidad. El planteo se reduce al tradicional problema de competencia a la Bertrand discutido por Edgeworth (1897), y que ha sido objeto de discusión en la literatura, con enfoques teóricos y experimentales (véase, por ejemplo, Kruse et al., 1994; Noel, 2004, y los trabajos reseñados en Davis y Holt, 1993).

La formulación es muy sencilla; aún así, su solución no resulta trivial. En concreto, se supone que un único bien es vendido por  $N$  firmas, que producen sobre pedido (es decir, que no operan con inventarios), y tienen un límite de producción (o ventas) en cada período, en una cantidad  $y^*$  (postulada como uniforme entre las firmas). El costo unitario de producción es  $c$ , constante (hasta el límite de capacidad) e igual para las  $N$  firmas. A comienzos de cada período, toda firma fija un precio de venta, cuyo anuncio la compromete a abastecer los pedidos que reciba, hasta llegar al tope  $y^*$ . Los pedidos que resultan incumplidos por insuficiencia de producción se anulan, y no tienen efectos ulteriores (es decir que el demandante no abastecido simplemente debe buscar otro proveedor, y no “guarda memoria” de la transacción no realizada). Aquí, por hipótesis, las firmas

---

<sup>10</sup> En rigor, el comentario se refiere al caso de demandas iso- elásticas, donde el coeficiente precio/costo óptimo no depende de los precios de las otras firmas. Si se levanta ese supuesto, la empresa debería conjeturar el comportamiento de sus competidores, aun cuando conozca la forma de la demanda que le está dirigida. En general, la pregunta sobre cómo se establecen esas percepciones se elude con la hipótesis de elasticidad constante o, en todo caso, postulando expectativas racionales, según las que las firmas contarían con un conocimiento tan bueno como es posible acerca del comportamiento de los demás oferentes.

deciden simplemente a partir de su propia historia de precios y ventas.<sup>11</sup> La demanda agregada por el bien se supone dada, de manera muy simple, por un gasto planeado por período  $M$ , constante, independientemente de la historia previa.<sup>12</sup> Los demandantes tienen un comportamiento de búsqueda muy esquemático. Se supone aquí que los consumidores acceden a información sobre todo el conjunto de los precios fijados antes de formular sus pedidos, y no incurrir en costos si tienen que visitar a varios negocios porque no fueron abastecidos en sus ensayos previos de compra. Esto permite que, a los efectos prácticos, dicho conjunto de compradores opere como si fuera un *único agente*, que recorre el conjunto de los proveedores en orden de precios ascendentes hasta que, o bien se realiza el gasto deseado, o bien se agota la oferta disponible.

En lo que sigue, se supone que la demanda agregada es lo suficientemente grande en relación al costo de producción como para que en el equilibrio de competencia perfecta la restricción de capacidad sea operativa. Es decir,  $M/c > y^*$ , de manera que el *precio de equilibrio competitivo* sería  $p^* = M/(N y^*)$ .

Como fue ya mostrado por Edgeworth (1897) para duopolios, ese precio no tiene por qué realizarse; de hecho, pese a su simplicidad, el juego de formación de precios entre  $N$  firmas resultante del planteo descrito no tiene en general un equilibrio de Nash en estrategias puras<sup>13</sup>. La intuición de este conocido resultado se puede ver con claridad considerando un potencial estado con precios uniformes entre las firmas. Sea entonces que  $N-1$  firmas fijan un precio  $p'$  y la  $N$ -ésima busca la acción óptima dado que conoce  $(p', p^*, N, c)$ :

- Si  $p' > Np^*/(N-1)$ , la mejor respuesta de la  $N$ -ésima firma es fijar un precio algo inferior a  $p'$ , dado que las demás firmas venden a un precio tan alto que, si la  $N$ -ésima firma quiere vender a  $p'$ , sus ventas y beneficios serían nulos. Si,

---

<sup>11</sup> Otras alternativas son ciertamente posibles, como la de asignar a los oferentes información sobre características de la distribución observada de precios.

<sup>12</sup> La referencia a que el gasto  $M$  es planeado, y no necesariamente se realiza, se debe a que, si los precios fijados son muy bajos, la cantidad demandada puede exceder a la capacidad de producción total, y entonces no podría ser abastecida. En tal caso, el supuesto es que esa demanda se “derrama” (de un modo que queda sin analizar) a otros bienes, y no repercute sobre el gasto planeado en períodos subsiguientes).

<sup>13</sup> Esta no existencia de equilibrios de Nash en estrategias puras, y la (no trivial) caracterización de los potenciales equilibrios en estrategias mixtas están discutidas en Tirole (1988, cap. 5), Allen y Hellwig (1986), Chowdhury (2008), Dasgupta y Maskin (1986), Hoernig (2002), Levitan y Shubik (1972), Maskin (1986), Tasnádi (1999).

en cambio, esa firma es ligeramente más barata que las demás, sus beneficios son superiores a las de estas, porque su volumen de ventas es más alto, con similares márgenes unitarios.

- Si  $p^* + (c/N) < p' < Np^*/(N-1)$ , también la mejor respuesta es un precio un poco por debajo de  $p'$ . Para ver esto, nótese que la  $N$ -ésima firma puede fijar un precio mayor a  $p'$ , pues sus ventas no se anularían dado que  $M > (N-1)p'y^*$ . En consecuencia esa firma debe elegir entre (a) un precio muy alto y (b) uno algo inferior a  $p'$ . Para el caso (a), la firma captura la “demanda residual”  $M - (N-1)p'y^*$ ; dado que el valor de sus ventas es independiente del precio que fije, tiene incentivos a reducir costos con un precio tan alto que la producción sea cercana a cero. Los beneficios resultantes si optara esta estrategia serían entonces iguales al valor de las ventas, que se puede escribir como:  $(Np^* - (N-1)p')y^*$ . En el caso (b), si la firma opta por un precio “infinitesimalmente” menor respecto de los competidores, sus ventas igualan al volumen de capacidad, y los beneficios son:  $(p' - c)y^*$ . Este caso es más beneficioso que el anterior si el precio de los otros oferentes  $p'$  es lo suficientemente alto respecto de los costos  $p' > p^* + (c/N)$ , y a la  $N$ -ésima firma le conviene la estrategia de “competir por precios” para maximizar el volumen de ventas.
- Finalmente, si  $p' < p^* + (c/N)$  [y, a fortiori  $p' < (N/N-1)p^*$ ], la firma  $N$  tiene incentivo a fijar un precio muy alto; aquí, al contrario que en el caso anterior, la firma prefiere explotar al gasto residual (no nulo) que queda luego que se ha agotado la capacidad de los competidores, y aplicar muy grandes márgenes unitarios para abastecer a esa “demanda cautiva”.
- Se ve que al precio  $p' = p^* + (c/N)$  la firma  $N$  sería indiferente entre ubicarse en un precio un poco más bajo, y uno muy superior. Hay una suerte de situación de filo de navaja: si una de las firmas reduce algo el precio, la  $N$ -ésima prefiere ahora dar el salto hacia arriba con el suyo.

Se aprecia que, aunque queden fijos los parámetros del problema, no habría entonces un estado de reposo en que las firmas optimizan y mantienen precios constantes y uniformes. Sería concebible que los comportamientos se coordinen en un equilibrio de Nash en estrategias mixtas (que, de todos modos, estaría caracterizado observacionalmente por precios heterogéneos y cambiantes en el tiempo por parte de firmas individuales). Sin embargo, no resulta claro cómo harían los agentes para identificar esos (nada simples en esta instancia) comportamientos aleatorios, y converger unánime y automáticamente a aplicarlos, dado que en el juego no tienen la posibilidad de conocer ni los precios ni ventas de sus competidores.

Por otra parte, en una situación donde no existen “puntos focales” obvios para guiar las conjeturas de los agentes respecto de las conductas de los otros, la búsqueda de acciones optimizadoras se enfrentaría a la dificultad para formar expectativas fundadas acerca del entorno (de manera de aproximar la “elasticidad de demanda” que enfrenta la firma).

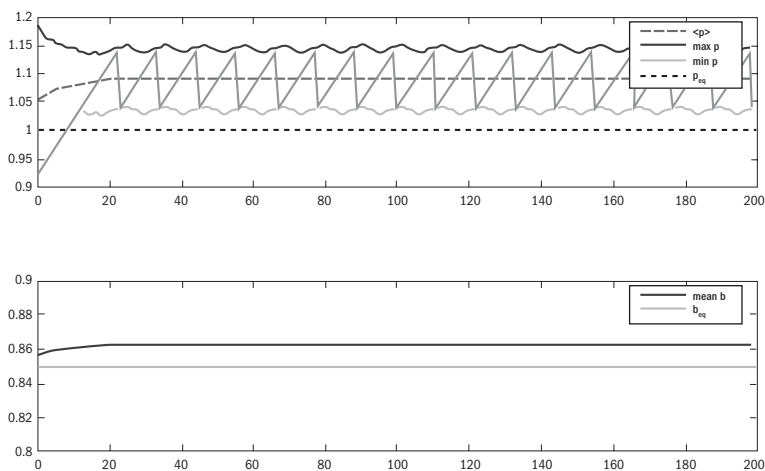
A continuación se exploran formas de representación del proceso de competencia en el contexto recién descrito a través de simulaciones de conjuntos de firmas que aplican reglas de decisión simples, y se muestra evidencia experimental en la que rasgos del comportamiento de los agentes parecen capaces de ser aproximados por heurísticas más o menos sencillas.

### **b) Simulaciones con agentes artificiales**

Entre las heurísticas elementales, un conjunto particularmente sencillo sería el de las reglas que ajustan los precios automáticamente en función de los volúmenes de venta observados. Un ejemplo de criterio, con “corta memoria” es el que determinaría una suba de precios, en módulo  $\gamma_{up}$ , cuando las ventas realizadas en el período anterior igualan a la capacidad  $y^*$ ; y una baja de precios, en módulo  $\gamma_{down}$ , cuando las ventas realizadas son inferiores a la capacidad. Se puede ver que un parámetro importante viene dado por el cociente entre los módulos de ajuste  $\gamma = \gamma_{up} / \gamma_{down}$ . Si cada oferente comienza con un precio aleatorio mayor a  $c$ , la evolución temporal del sistema lleva a que aquellas firmas que comenzaron con precios muy altos los disminuyan rápidamente (pues sus ventas son nulas), mientras que aquellas que comenzaron con precios muy bajos los aumenten continuamente, hasta llegar a un estado estacionario macroscópico donde todos los precios de las firmas se mueven en una banda de valor medio  $p_m = (1 + \gamma)p^*$ , y ancho  $\gamma_{down}/2$  (como antes,  $p^*$  es el precio de equilibrio competitivo), y donde una fracción  $1/(1 + \gamma)$  de las firmas venden la totalidad de su capacidad  $y^*$ , mientras que el complemento no realiza ventas. Se observa que, dado el carácter mecánico de la regla, para un dado  $\gamma$ , si bien las firmas “compiten por ventas”, el precio medio del mercado no depende de la cantidad  $N$  de oferentes.

Para ilustrar el referido estado estacionario sea, por concreción, un número natural  $\gamma$  menor que 1. Los precios de las firmas se ubicarían en  $1 + \gamma$  “capas”: las firmas en las  $\gamma$  capas superiores no venden, y en el período siguiente, bajan el precio en una cantidad  $\gamma_{down}$ ; la capa inferior vende  $y^*$ , y decide un salto de precios  $+\gamma_{up}$ , con lo que “sustituye” a las firmas que antes tenían el precio más alto. La imagen es la de una “cinta transportadora de precios”, que genera una distribución fija aun cuando los precios individuales varían período a período.

Las simulaciones del modelo muestran que hay convergencia a un estado de esas características, donde el precio medio fluctúa alrededor del valor estacionario y los precios individuales siguen el comportamiento recién descrito.



[Figura 5] Dinámicas de formación de precios en una simulación del modelo de Bertrand- Edgeworth. El panel superior muestra la evolución temporal del precio promedio de mercado y de los valores máximos y mínimos entre las firmas. En color magenta se muestran las variaciones del precio de una firma individual. El panel inferior muestra la evolución del beneficio medio, comparado al beneficio obtenido en el equilibrio competitivo, donde todas las firmas venden su producción de capacidad al precio  $p^*$ . Parámetros:  $N=50$ ,  $M=50$ ,  $y^*=1$ ,  $c=0.15$ ,  $p^*=1$  (precio de equilibrio),  $b_{eq}=(p^*-c)y^*=0.85$ ,  $\gamma_{up}=0.01$ ,  $\gamma_{down}=0.1$

## Otras variantes

La regla de decisión utilizada en las simulaciones anteriores condiciona los precios a las ventas realizadas, pero no directamente a los beneficios. Se pueden explorar, como alternativa, criterios adaptativos que inducirían variaciones de los precios tales que: (a) el signo del cambio se determina de acuerdo a la dirección del gradiente de beneficios que la firma viene registrando, (b) el módulo del ajuste es proporcional a la variación pasada en los beneficios y (c) la regla de formación de precios incluye un pequeño término estocástico que permite a la firma “tantear” en búsqueda de oportunidades de incrementos de beneficios. El criterio del gradiente (a) implica, por ejemplo, que se subirían precios si en el período anterior se elevaron los precios y aumentaron los beneficios, o bien los precios se redujeron y también los beneficios (en otros términos, los ajustes de precios tendrían el signo del producto de la variación de precios y de la variación de beneficios del período anterior).

La simulación numérica del mercado con firmas que aplican esta regla de decisión mostró que, si el término estocástico es nulo, el sistema tiende a que todos los agentes se “congelan” en un nivel de precios, y no explora situaciones más ventajosas. La dependencia del valor numérico del cambio de precios respecto del cambio del valor de los beneficios (elemento (b) de la regla de decisión) permite que la firma “calibre” la intensidad de los ajustes, lo que se refleja en las utilidades que se obtienen en las simulaciones. Como resultado analíticamente interesante, se ve que el precio promedio de mercado depende fuertemente de la cantidad de firmas,  $N$ : para  $N$  grande ese promedio es muy cercano al precio de mercado competitivo  $p^*$ ; el precio alrededor del cual oscilan los niveles simulados aumenta a medida que se reduce la cantidad de competidores. Esto indicaría que el comportamiento adaptativo de las firmas haría depender el precio de las “condiciones competitivas” dadas por el número de oferentes en el mercado.

### c) Resultados de experimentos

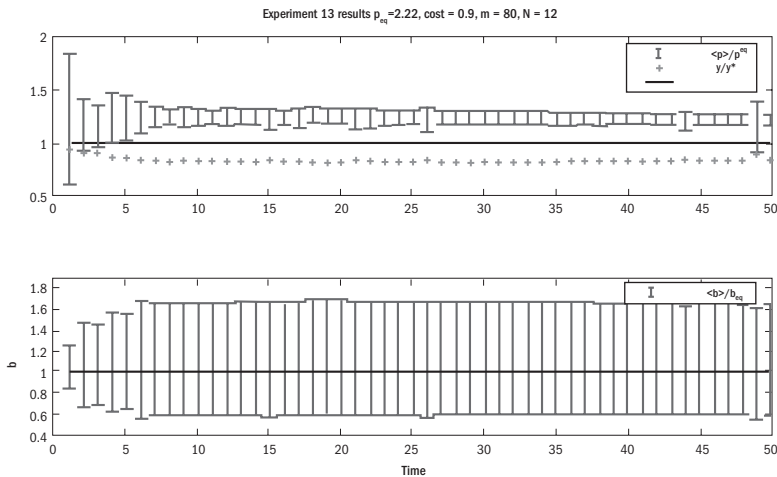
Las simulaciones con agentes representados por heurísticas son ilustrativas de comportamientos posibles, aunque dependen de parámetros cuyos valores no están especificados en base a elementos de juicio fuertes, y la relevancia de sus resultados no está establecida. Los experimentos “de laboratorio” con agentes reales en contextos artificiales pueden aportar elementos complementarios de aquellos modelos, y servir como instrumentos para validar, o no, la intuición general de los comportamientos individuales propuestos, considerar posibles desvíos y, eventualmente, obtener información acerca del orden de magnitud de los parámetros involucrados.

Los resultados que se muestran a continuación surgen de un experimento realizado con doce personas, en que el conjunto de información de los participantes (estudiantes de economía) era su historia de transacciones dada por el precio y la cantidad vendida. A los participantes se les informó su costo (igual para todos) y el precio de mercado competitivo  $p^*$ . No conocían, ni la cantidad de jugadores que participaban en el mercado, ni la cantidad total de iteraciones que jugarían (50 en total). Inicialmente se le sugirió a cada participante comenzar el juego con el precio de mercado competitivo  $p^*$ . Lo que se observó fue que al inicio las variaciones de precio de cada jugador fueron muy grandes, pero gradualmente fueron convergiendo a un precio medio, siempre en un nivel mayor que competitivo del orden del 20%; las series individuales mostraron que cada jugador una vez encontrado un nivel determinado, fue variando sus precios solo ligeramente.

El experimento genera información sobre los comportamientos individuales. Su análisis sugiere que los criterios de decisión fueron distintos a lo largo del jue-

go, como si la información acerca del valor de  $p^*$  no alcanzara a inhibir la búsqueda de los agentes por un procedimiento de formación de precios. Por otro lado, ciertos rasgos del comportamiento de los agentes en el experimento se pueden interpretar en correspondencia con heurísticas de formación de precios como función de las ventas.

La mayoría de los individuos usó un módulo de ajuste de precios hacia abajo cuando no vendía toda la capacidad ( $\gamma_{down}$ ) mayor al módulo de subas cuando las ventas llegaban a esa capacidad ( $\gamma_{up}$ ). Pese a la heterogeneidad de conductas, el precio promedio del mercado se mantuvo relativamente constante porque los jugadores convergieron a niveles de precios alrededor de los cuales realizaban cambios pequeños dentro de un nivel escogido.



[Figura 6] Resultados de experimentos sobre el modelo de Bertrand- Edgeworth. El panel superior muestra la evolución del rango de precios en el experimento, y de la media (entre agentes) del cociente entre las ventas realizadas y la capacidad  $y/y^*$ . El panel de abajo indica el rango de beneficios, referido al nivel del equilibrio competitivo:  $b/b_{eq}$ . Parámetros:  $N=12$ ,  $M=80$ ,  $c=0.9$ ,  $\gamma^*=3$ ,  $p_{eq}=2.22$

El análisis de los patrones de variación de precios en función de las ventas generó observaciones interesantes. En la gran parte de los casos (90%) en que los agentes vendieron menos que la capacidad, la respuesta fue una reducción de precios. En cambio, con ventas iguales a la capacidad de producción, se apreciaron subas de precios en 43% de los casos, mientras que los precios se mantuvieron constantes en el 50% de esas instancias. El experimento sugirió una variante de la heurística de precios en función de ventas utilizada en las simulaciones



con agentes artificiales: cuando los jugadores consideran que su precio pueda estar cerca del “máximo tolerable” para asegurarse ventas de plena capacidad, mantienen la oferta. Una manera de incorporar esa conducta en un criterio de formación de precios podría ser a través de una regla estocástica, tal que si las ventas igualan  $y^*$ , el precio se ajusta hacia arriba con probabilidad  $h_{up}$ , y permanece constante con probabilidad  $h_{man}$ , mientras que se reducen si las ventas son más bajas que  $y^*$ . Con esta variante, es posible calibrar simulaciones cuyos resultados semejan a los experimentales.

### **Algunos temas abiertos**

El problema de formación de precios formulado plantea preguntas no triviales, no obstante las simplificaciones sustanciales que se usaron al definir el contexto de intercambio. Los análisis de simulación y aquellos basados en experimentos muestran complementariedades, y potencial para generar resultados útiles.

Algunas heurísticas sencillas parecen aproximar rasgos salientes de los comportamientos experimentales; quedan por precisar aspectos de las conductas, como los módulos de los ajustes de precios, que son relevantes para definir las características del desempeño agregado. En el marco del modelo hay varios modos posibles para extender las simulaciones. Una de ellas sería trabajar con heurísticas adaptativas, tales que los parámetros de las reglas de decisión son elegidos entre valores alternativos en función de los beneficios que generan; las simulaciones informarían acerca de la evolución posible de “ecologías” de estrategias presentes en el mercado. Asimismo, son concebibles (a la manera de lo hecho por Axelrod, 1982, 1997, para el dilema del prisionero repetido) ejercicios que combinen simulación y experimentos, en los que se ponen a operar algoritmos de formación de precios propuestos por los participantes.

Por otro lado, a partir de la formulación muy simple del mercado, surgen diversas formas de ampliación, por ejemplo a través de una representación de búsquedas por parte de los consumidores (lo que podría llevar a la configuración de redes de proveedores y clientes) y de la inclusión de decisiones intertemporales de las firmas (permitiendo producción para inventario, en particular) o de los consumidores (e.g. si se contemplan acumulaciones o desacumulaciones del activo monetario); asimismo, se podrían simular entornos multi-producto. De este modo, este esquema de análisis en equilibrio parcial se iría extendiendo hacia uno de equilibrio general, en un “movimiento hacia la macroeconomía”, el cual parece un campo natural para el trabajo con modelos de múltiples agentes. De todos

modos, parece conveniente que ese movimiento se realice de manera acumulativa, a partir de resultados parciales obtenidos de formulaciones enfocadas sobre aspectos del problema.

#### 4. Modelos de organización de mercados

El funcionamiento de los mercados donde, de manera descentralizada, emergen mecanismos e instituciones orientadas a realizar intercambios y, de algún modo, a coordinar las conductas de compradores y vendedores, aparece como un tema apto para la exploración con esquemas de múltiples agentes. Un ejemplo en ese sentido es el modelo propuesto por Clower y Howitt (2000), referido a la organización de sistemas de transacción. Aquí también, se trata de sugerir cómo las acciones de agentes guiados por sus propias motivaciones “construyen” (Epstein y Axtell, 1996; Epstein, 2007) comportamientos que se reflejan en rasgos del sistema en su conjunto; desde otro punto de vista, se busca describir al funcionamiento de un sistema económico a la manera de un algoritmo cuya implementación genera la dinámica de las variables de interés. El modelo enfatiza la existencia de especializaciones funcionales en las actividades de los agentes (una cuestión que es de importante interés en campos como el de la biología); en particular, las preguntas planteadas aluden al rol de los intermediarios especialistas en la compraventa de bienes específicos, y a la coordinación de conductas tendiente a la utilización de un medio general de cambio.

En el esquema del modelo, cada uno de los agentes produce cantidades (exógenamente dadas) de un determinado bien, perecedero, y consume otro bien. Se supone que no hay intercambios bilaterales, sino que las transacciones de los individuos se realizan con firmas (“almacenes”), cada una de las cuales se dedican a comprar y vender un par dado de bienes. Las búsquedas son costosas para los agentes, y los cambios en las relaciones de intercambio son infrecuentes; en cada momento, cada individuo se relaciona con no más de dos almacenes (es decir, no se admiten “cadenas de transacciones intermedias” para ir de la producción al consumo). Al modo de lo que sucede con los comercios cuya operación requiere “instalaciones”, el funcionamiento de los almacenes requiere incurrir en costos fijos: la supervivencia del negocio necesita entonces que se realice un volumen mínimo de transacciones. Los consecuentes efectos de escala y las fricciones en la búsqueda por parte de los productores/ consumidores implica la posibilidad de haya fenómenos de “bloqueo” (*lock-in*) en la configuración de almacenes y en los patrones de intercambio resultantes.

El comportamiento de los almacenes existentes se describe de la siguiente manera. Un negocio que opera con el par de bienes  $(a, b)$  fija el precio de compra del bien  $a$  en términos del bien  $b$  ( $p(ab)$ ) y el precio de compra del bien  $b$  ( $p(ba)$ ). Vale notar que  $p(ab) < 1/p(ba)$ ; o sea que el intermediario tiene un precio de venta para un bien (en términos del otro) superior a su precio de compra. Eso implica que existe un “margen de comercialización” a partir del cual surgen los eventuales beneficios de la firma. Se supone que el precio de cada bien se revisa según una función (dada exógenamente) de las ventas realizadas de ese bien (o, simétricamente, de las compras que se efectúan del otro bien). Cada bien está caracterizado por un valor del costo fijo (en cantidades de ese bien) insumido por un almacén que intercambia el artículo. Los excedentes que genera un almacén, en términos de cada bien que intercambia, vienen dados por las compras que realiza del bien, netas de las cantidades que entrega para comprar el otro bien, y de los costos fijos de operación del negocio. A los efectos del modelo se admite que haya excedentes negativos (no interesa representar comportamientos como los asociados con gestión de inventarios); si eso ocurre, el almacén tiene una probabilidad (dada) de cerrarse.

Los almacenes se abren por iniciativa de agentes. Para cada individuo, existe una probabilidad (pequeña) de que aparezca una “oportunidad de comenzar un negocio” en la compraventa del par de bienes que produce/ consume; la oportunidad está asociada con precios de partida definidos al azar. Abrir el almacén implica costos fijos; para decidir si aprovecha la oportunidad, se postula que el agente lleva a cabo un “estudio de mercado” entre transactores para ver si usarían el almacén como comprador o proveedor (en función de los criterios de búsqueda que se describen más adelante). Si el resultado es positivo, se instala el almacén, y el agente rompe sus relaciones de intercambio previas. Por su parte, los productores/ consumidores que no operan un almacén visitan una muestra de negocios para identificar oportunidades de intercambio y precios de posibles transacciones, y cambian de almacén elegido como contraparte si alguna oferta o demanda mejora a la actualmente disponible.

El modelo tiene un conjunto de parámetros que definen la configuración del sistema estudiado: la cantidad de bienes, el número de transactores, la intensidad de búsqueda de los productores/ consumidores, las distribuciones para la extracción inicial de precios de los potenciales nuevos almacenes, los coeficientes de las funciones de respuesta de precios, los costos fijos para operar en los distintos bienes y la probabilidad de salida de los almacenes con excedentes negativos.

Las simulaciones realizadas por los autores mencionados indican que en la mayoría de los casos se “completa” el mercado, es decir que emerge un conjunto de espe-

cialistas en el intercambio que permite que todos los individuos realicen transacciones y alcancen niveles positivos de consumo porque pudieron vender el bien que producen y adquirir el que demandan. En esos casos, generalmente también emerge el “intercambio monetario”, con un bien que hace las veces de dinero- mercancía, y participa en las transacciones del conjunto de almacenes. Se verifica que esos medios de pago tienden a ser bienes con bajos costos de transacción; sin embargo, no siempre el “dinero” que emerge es el bien más barato en su intercambio. Esto manifiesta la existencia de los mencionados efectos de *lock-in* (análogos a aquellos comentados en la literatura acerca del establecimiento de la convención QWERTY en el diseño de teclados alfabéticos; véase Arthur, 1989).

Por otro lado, el desarrollo de patrón de intercambio no es gradual. El número de transacciones directas (trueque) cae rápidamente, pero fluctúa la forma en que se estructuran las transacciones indirectas: la configuración puede cambiar radicalmente con la entrada o la salida de algunos “almacenes clave”. La generalización de un medio de cambio suele ocurrir bruscamente. Como característica estilizada, en los períodos iniciales de las simulaciones, tiende a haber demasiados almacenes; en algún momento, se observa una “limpieza” de negocios redundantes, y el sistema tiende a congelarse. Este comportamiento se corresponde a situaciones donde existen externalidades de red (y tiene analogías en sistemas biológicos).

Este modelo puede tomarse como un ejemplo prototípico de esquema de agentes múltiples con propósitos analíticos que se corresponden con las construcciones de equilibrio general, que busca representar comportamientos de formación de precios y configuración de intercambios a partir de decisiones descentralizadas, con prescindencia de figuras como la del subastador. Las simulaciones del modelo pueden dar cuenta del surgimiento de fenómenos de organización significativos, e ilustran sobre la formación de patrones colectivos de conducta a partir de la interacción de decisiones individuales. Estas decisiones están descritas a través de heurísticas simples, lo cual no es una mera opción metodológica: en entornos como los del modelo, las oportunidades de los agentes no están definidas a través de una relación entre acciones y consecuencias que se preste de manera simple para una especificación funcional bien definida, particularmente porque el sistema está en evolución. En esas condiciones, en que resulta muy complicado formular y resolver el problema de decisión como un programa de optimización, parece natural suponer que los agentes actúan en base a criterios de decisión “razonables”, pero no necesariamente óptimos, que eventualmente se van revisando de forma adaptativa.

En todo caso, en principio pueden existir múltiples heurísticas plausibles como reglas de decisión. En ciertas instancias es posible que los resultados cualitativos del modelo no dependan de las características específicas de esos criterios de decisión dentro de una familia relativamente amplia de alternativas; eso queda de todos modos como tema a explorar. Otra cuestión referida a la estrategia de avance se vincula con la opción de comenzar, como en el modelo comentado en esta sección, por la exploración de sistemas de interacciones intrincadas, para aprovechar las posibilidades que ofrece al respecto el marco de agentes múltiples, o bien investigar primero problemas parciales, y tratar de utilizarlos luego como “bloques” de modelos de mayor alcance a partir del aprendizaje realizado ahí sobre los procesos elementales cuya composición definiría el escenario que se busca representar.

## 5. Comentarios finales

Los modelos de agentes múltiples constituyen una alternativa incipiente para el estudio de sistemas económicos, apta particularmente para explorar efectos de coordinación y organización que surgen como propiedades emergentes de conjuntos de comportamientos individuales. En última instancia, esos modelos constituyen sistemas dinámicos, resultantes de la combinación de los algoritmos que describen las conductas individuales, y cuya solución, por motivos prácticos, generalmente implicaría el uso de instrumentos computacionales.

Los fenómenos económicos observables derivan de comportamientos e interacciones ciertamente intrincados. Consecuentemente en su estudio parecería difícil que corresponda invocar (aunque ciertamente, se lo ha hecho en la literatura) “exclusividades metodológicas” para ciertos procedimientos de investigación: resulta conveniente adaptar el método al problema concreto que interesa encarar, más que recortar el problema en función de uno u otro método.

Los ejemplos de modelos multi-agentes comentados previamente ilustran acerca de las posibilidades que abre esa línea de investigación (y también sugiere limitaciones que deberían ser materia de trabajo en adelante). El tradicional modelo de segregación de Schelling muestra cómo una representación muy simple, y reducida a sus elementos básicos, puede generar resultados cualitativos interpretables con referencia a fenómenos reales. Por otro lado, al margen de la ambigüedad del concepto de “emergencia”, en ese modelo se ve claramente cómo surgen efectos de organización a escala macroscópica a partir de comportamientos “locales” y de índole mecánica.

Algo similar se puede observar en el ejercicio referido a los patrones de asistencia a un local. Aquí, el problema central es entender si y de qué manera un conjunto de agentes encuentran conductas que resulten compatibles entre sí en un entorno que evoluciona en función de las decisiones interdependientes de todos ellos. Esto requiere estudiar de un modo u otro los procesos de co-adaptación por los cuales los agentes responden al contexto que observan (es decir, a las acciones de los otros), y de ese modo reconfiguran el medio. En el ejemplo mostrado en el texto, se ve cómo, en un caso específico, el aprendizaje descentralizado de los agentes resulta en una coordinación de las acciones individuales induce un “orden macroscópico” donde la concurrencia total oscila poco mientras que la composición de ese público se modifica sin término. Queda la pregunta sobre la robustez de esas características de coordinación y organización ante cambios en los patrones de comportamiento de los agentes. En este sentido, la exploración de variantes del modelo sugiere, por caso, que se pueden generar efectos de cambio en la evolución del sistema entre evoluciones “lentas” y “avalanchas” si es que los agentes utilizan criterios de decisión que combinan, según las condiciones del medio circundante, aprendizaje individual y respuestas imitativas.

También el modelo de Axtell sobre dinámicas de firmas involucra co-evolución de conductas, ahora en dos niveles: individuos o equipos o firmas. El esquema de comportamiento individual que se emplea combina aspectos heurísticos con elementos de optimización explícita. La tensión entre los incentivos de los trabajadores a aportar menos esfuerzo a medida que aumenta el tamaño del equipo que integran, y los efectos de economías de escala en la producción genera variadas dinámicas en la “trayectoria laboral” de individuos y firmas. Al mismo tiempo, ciertos rasgos del sistema en su conjunto tienen características sistemáticas y que resultan contrastables, incluso cualitativamente, con sistemas reales. Entre esos rasgos se cuenta una relación aproximadamente lineal entre producción y tamaño de firmas (que inducen, como “forma reducida”, un comportamiento análogo al de tecnologías de retorno constante a escala pese a los rendimientos crecientes al esfuerzo agregado aportado en cada firma) y una distribución de tamaño de “empresas” que resulta seguir una ley de potencia. El modelo genera estas propiedades en una configuración donde resultan esenciales la heterogeneidad de los agentes y la interacción entre sus conductas. De todos modos, el análisis deja significativas preguntas abiertas, en particular sobre cómo se determina la mencionada distribución de tamaños que surge como hecho de observación de las simulaciones.

Uno de los aspectos del ejercicio que considera la formación de precios en un esquema de Bertrand-Edgeworth es el análisis de un sistema en que no existe un

estado estacionario en conductas individuales que satisfaga las condiciones del equilibrio de Nash. Es decir, no existe un conjunto de acciones dadas y fijas que permita a cada agente optimizar en el entorno definido por las acciones de los demás. En términos más prácticos, el planteo del modelo parece estilizar situaciones análogas a las que se aplican a intercambios cotidianos en mercados de bienes. Aquí también, la utilización de heurísticas simples resulta en el mantenimiento de ciertas características agregadas al tiempo que van variando las conductas individuales. Dada la multiplicidad de las heurísticas “razonables”, intensa especialmente tratar de precisar la robustez y generalidad de los resultados. Una forma de encarar la cuestión (que ha quedado para trabajo futuro) sería a través de la representación de comportamientos adaptativos de estrategias, las que se irían modificando evolutivamente en función de su eficacia relativa en generar utilidad o beneficio. Otra vía, complementaria, es la de la experimentación con agentes reales, como instrumento para evaluar la validez del modelo y sugerir alternativas de análisis.

En términos generales, como se ha visto, los modelos de múltiples agentes enfatizan las interacciones por sobre el comportamiento detallado de los individuos. En los contextos de ese tipo resulta natural representar comportamientos mediante algoritmos simples, dado que la naturaleza de los entornos impide la formulación y solución de problemas de optimización a efectos de definir los planes de los agentes. Esto restringe las alternativas de representación practicables desde el punto de vista del analista (por supuesto, contingente hasta cierto punto a su sofisticación técnica) y, presumiblemente también para los actores en circunstancias reales. En todo caso, la descripción de las conductas individuales en contextos que son “intrínsecamente” multi-agente es un tema ampliamente abierto. La literatura sobre economía del comportamiento ha venido aportando evidencia cuantitativa en entornos experimentales de bajo número de participantes. Queda por encarar la búsqueda de resultados a escalas mayores (en ciertos casos, en varios órdenes de magnitud). Por otro lado, se concibe una posible complementariedad entre modelos de agentes y aproximaciones de “solución cerrada” (por ejemplo, para analizar problemas más estilizados de los que se llevarían a tratar por simulaciones, o como elementos de modelos “híbridos”; véase, por ejemplo., Bobashev et al., 2007).

Ciertamente, un campo potencialmente interesante es la vinculación entre modelos con agentes artificiales y experimentos donde operan personas en “condiciones de laboratorio” o en situaciones reales (véase Duffy, 2006). Un caso específico es el del estudio de los datos “transacción por transacción” del London Stock Exchange

(ver Bouchaud et al, 2008) que llevó a la introducción al análisis de conceptos traídos de la física estadística (Farmer et al 2005b). El uso ya extendido de herramientas computacionales colaborativas en red abre perspectivas interesantes para el desarrollo de nuevas metodologías que faciliten la interacción entre modelos y experimentos, tradicional en las ciencias naturales. En todo caso, los fenómenos económicos generan grandes interrogantes de relevancia analítica y práctica sobre la manera en que se determinan los comportamientos individuales y cómo, en distintas configuraciones de interacción, se generan propiedades de organización o desorden en los sistemas. Hechos como la crisis macroeconómica internacional en curso deberían seguramente motivar exploraciones en esta dirección. Es presumible que los modelos de agentes múltiples tengan un rol en esa búsqueda.

## Bibliografía

- Albin, P. (1998). *Barriers and Bounds to Rationality*, New Jersey: Princeton University Press.
- Alchian, A. y W. Allen (1963). *University Economics: Elements of Inquiry*.
- Allen, B. y M. Hellwig (1986). "Bertrand-Edgeworth Oligopoly in Large Markets", *The Review of Economic Studies* vol. 53, pp. 175-204.
- Allen, F. y A. Babus (2008). "Networks in Finance", Wharton Financial Institutions Center Working Paper July 8.
- Anderson, P. (1972). "More is Different", *Science*, vol.177, No 4047, pp.303- 396, August 4.
- Aoki, M. y H. Yoshikawa (2006). *Reconstructing Macroeconomics. A perspective from Statistical Physics and Combinatorial Stochastic Processes*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Arthur, B. (1989). "Competing Technologies, Increasing Returns and Lock- in by Historical Events", *Economic Journal*, vol. 99, pp. 106- 131.
- Arthur, B. (1994). "Bounded Rationality and Inductive Behavior (The El Farol Problem)", *American Economic Review*, vol. 84, pp. 406- 411.
- Arthur, B., J. Holland, B. LeBaron, R. Palmer y P. Tayler (1997). "Asset- Pricing under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market", Santa Fe Institute Working Paper.
- Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation*, New York: Basic Books.
- Axelrod, R. (1997). *The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Competition and Collaboration*, New Jersey: Princeton University Press.
- Axtell, R. (1999). "The Emergence of Firms in a Population of Agents: Local Increasing Returns, Unstable Nash Equilibria and Power Law Size Distributions", Santa Fe Institute Working Paper 99-03-019.
- Bak, P. (1999). *How Nature Works: The Science of Self- Organized Criticality*, New York: Springer-Verlag.
- Bak, P., K. Chen, J. Scheinkman, y M. Woodford (1992). "Aggregate Fluctuations from Independent Sectoral Shocks: Self- Organized Criticality in a Model of Production and Inventory Dynamics", NBER Working Paper 4241.
- Bar-yam, Y. (2003). *Dynamics of Complex Systems* (Studies in Nonlinearity), Boulder: Westview.
- Bobashev, G., M. Goedecke, F. Yu y J. Epstein (2007). "A Hybrid Epidemic Model: Combining the Advantages of Agent- Based and Equation- Based Models", Proceedings of the 39th Conference on Winter Simulation.



- Bouchaud, J.-P., J. D. Farmer, y F. Lillo (2008). "How Markets Slowly Digest Changes in Supply and Demand", en *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*, T. Hens y K. Schenk-Hoppe, eds., Elsevier: Academic Press. También en <http://arxiv.org/abs/0809.0822>
- Bullard, J. y J. Duffy (1998). "Learning and Excess Volatility", Working Paper 016, Federal Reserve Bank of Saint Louis.
- Camerer, C., G. Loewenstein y D. Prelec (2005). "Neuromomics: How Neuroscience can Inform Economics", *Journal of Economic Literature*, vol. 43, No 1, pp. 9- 64.
- Chisari, O., ed. (2009). *Progresos en Economía Computacional*, Buenos Aires: AAEP- Editorial Temas.
- Chowdhury, P. (2008). "Bertrand-Edgeworth Equilibrium with a Large Number of Firms", *International Journal of Industrial Organization* vol. 26, pp. 746-761.
- Clower, R. y P. Howitt (2000). "The Emergence of Economic Organization", *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 41, No 1, pp. 55- 84.
- Dasgupta, P. y E. Maskin (1986). "The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Games, II: Applications." *The Review of Economic Studies*, vol. 53, pp. 27-41.
- Davis, D. y C. Holt (1993). *Experimental Economics*, New Jersey: Princeton University Press.
- Dean, J., G. Gumerman, J. Epstein, R. Axtell, A. Swedlund, M. Parker y S. Carroll (1999). "Understanding Anasazi Culture Change Through Agent- Based Modeling", en T. Kohler y G. Gumerman, eds.: *Dynamics in Human and Primate Societies: Agent- Based Modeling of Social and Spatial Processes*, Oxford: Oxford University Press.
- Diamond, J. (2002). "Archaeology: Life with the Artificial Anasazi", *Nature*, 419, pp. 567-569, October 10.
- Dixit, K. y J. Stiglitz (1977). "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity," *American Economic Review*, vol. 67, pp. 297-308.
- Durlauf, S. y P. Young (2001). *Social Dynamics (Economic Learning and Social Evolution)*, Washington: Brookings.
- Duffy, J. (2006). "Agent- Based Models and Human Subject Experiments", en K. Judd y L. Tesfatsion, eds.: op. cit.
- Edgeworth, F. Y. (1897). "La teoria pura del monopolio", *Giornale degli Economisti*. Ver en <http://cepa.newschool.edu/het/texts/edgeworth/edgepapers.htm>
- Epstein, J. "Zones of Cooperation in Demographic Prisoners Dilemmas", *Complexity*, vol. 4, No 2, pp. 36 48.
- Epstein, J. (2002). "Modeling Civil Violence: An Agent-Based Computational Approach", Proceedings of the National Academy of Sciences, U.S.A., Vol. 99, pp. 7243-7250.
- Epstein, J. (2006). "Remarks on the Foundation of Agent- Based Generative Social Science" en K. Judd y L. Tesfatsion, eds.: op. cit.
- Epstein, J. (2007). *Generative Social Science: Studies in Agent- Based Computational Modeling*, New Jersey: Princeton University Press.
- Epstein, J. y R. Axtell (1986). *Growing Artificial Societies: Social Science from the Bottom Up*, Washington: Brookings.
- Evans, G. y S. Honkapohja (2001). *Learning and Expectations in Macroeconomics*, New Jersey: Princeton University Press.
- Farmer, J. D., P. Patelli, y I. I. Zovko (2005). "The Predictive Power of Zero Intelligence in Financial Markets" *PNAS USA* 102(11), pp. 2254-2259.
- Farmer, J. D., L. Gillemot, G. Iori, S. Krishnamurthy, D. E. Smith, y M. G. Daniels (2005). "A Random Order Placement Model of Price Formation in the Continuous Double Auction.", en *The Economy as an Evolving Complex System*, III, L. Blume y S. Durlauf, eds., pp. 33-173. New York: Oxford University Press.

- Farmer, J. D. y J. Geanakoplos (2008). "The Virtues and Vices of Equilibrium and the Future of Financial Economics", *Complexity*, vol. 14, No 3, pp. 1138.
- Gode, D. K., y S. Sunder (1993). "Allocative Efficiency of Markets with Zero Intelligence Traders: Market as a partial substitute for individual rationality", *Journal of Political Economy*, vol. 101, pp. 119-137.
- Granovetter, Mark (1978). "Threshold Models of Collective Behavior", *American Sociological Review*, vol. 83, pp. 1420-1442.
- Guesnerie, R. (1992). "An Exploration of the Eductive Justifications of the Rational- Expectations Hypothesis", *American Economic Review*, vol. 82, No 5, pp. 1254- 1278.
- Gul, F. y W. Pesendorfer (2005). "The Case for Mindless Economics", Princeton University Working Paper.
- Heymann, D. (2007). "Desarrollos y Alternativas: Algunas Perspectivas del Análisis Macroeconómico", en *Progresos en Macroeconomía*, D. Heymann, ed., Buenos Aires: AAEP- Editorial Temas.
- Heymann, D., R. Perazzo y A. Schuschny (2004). "Learning and Imitation: Transitional Dynamics in Variants of the BAM", *Advances in Complex Systems*, vol. 7, No 1, pp. 21- 38.
- Heymann, D., R. Perazzo y M. Zimmermann (2008). Modelos Económicos de Múltiples Agentes, Mimeo, en [www.elautomataeconomico.com](http://www.elautomataeconomico.com)
- Hoerning, S. (2002). "Mixed Bertrand Equilibria under Decreasing Returns to Scale: an Embarrassment of Riches", *Economics Letters*, vol. 74, pp. 359-362.
- Holland, J. (1992). "Genetic Algorithms", *Scientific American*, vol. 267, pp. 66-72.
- Huberman, B. y N. Glance (1993). "Evolutionary Games and Computer Simulations", PNAS USA, vol. 90, No 16.
- Judd, K. y L. y Tesfatsion (2006). *Handbook of Computational Economics*, Volume 2: Agent- Based Computational Economics, Amsterdam: North Holland.
- Kahneman, D. y A. Tversky, eds. (2000). *Choices, Values and Frames*: Cambridge: Cambridge University Press.
- Kirman, A. y N. Vriend (2001). "Evolving Market Structure: An ACE Model of Price Dispersion and Loyalty", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 25, No. 3-4, pp. 459-502.
- Kruse, J., S. Rassenti, Reynolds, V. Smith (1994). "Bertrand-Edgeworth Competition in Experimental Markets," *Econometrica*, vol. 62, pp. 343-72.
- Lansing, J. y J. Kremer (1993). "Emergent Properties of Balinese Water Temple Networks: Coadaptation on a Rugged Fitness Landscape", *American Anthropologist*, vol. 95, pp. 97-114.
- LeBaron, B. (2006). "Agent- Based Computational Finance", en K. Judd y L. Tesfatsion, eds. op. cit.
- Leijonhufvud, A. (1981). *Information and Coordination*, Oxford: Oxford University Press.
- Leijonhufvud, A. (2006). "Towards a Not- Too- Rational Macroeconomics", *Southern Economic Journal*, vol. 60, No 1, pp. 1- 13, 1993 (versión castellana en Leijonhufvud, A.: *Organización e Inestabilidad Económica*, Buenos Aires, Editorial Temas).
- Leijonhufvud, A. (2006). "Agent- Based Macro", en K. Judd y L. Tesfatsion, eds., op. cit.
- Levitan, R. y M. Shubik (1972). "Price Duopoly and Capacity Constraints", *International Economic Review*, vol. 13, pp. 111-122.
- Lux, T. y M. Marchesi (2002). "Journal of Economic Behavior and Organization: Special Issue on Heterogeneous Interacting Agents in Finance Markets", *Journal of Economic Behavior and Organization*.
- Maskin, E. (1986). "The Existence of Equilibrium with Price-Setting Firms", *American Economic Review*, vol. 76, No. 2, pp. 382-386.
- Navarro, A. (2008). "Economía, Biología y Evolución", Conferencia Inaugural AAEP.
- Nier, E., J. Yang, T. Yorulmazer y A. Alentorn (2007). "Network Models and Financial Stability", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 31, No 6, pp. 2033-2060, June.

- Noel, M. (2004). "Edgeworth Cycles and Focal Prices: Computational Dynamic Markov Equilibria", University of California San Diego Working Paper.
- Nowak, M. y R. May (1993). "The Spatial Dilemmas of Cooperation", *Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, No 1, pp. 35-78.
- Sargent, T.. *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford: Oxford University Press.
- Schelling, T. (1971). "Dynamic Models of Segregation", *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 1, pp. 143- 186.
- Schelling, T. (1978). *Micromotives and Macrobbehavior*, New York: W. W. Norton.
- Tasnádi, A. (1999). "Existence of Pure Strategy Nash Equilibrium in Bertrand-Edgeworth Oligopolies", *Economics Letters*, vol. 63, pág 201-206.
- Tesfatsion, L. (2006). "Agent- Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory", en K. Judd y L. Tesfatsion, eds.: op. cit.
- Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge, Mass: The MIT Press.
- Zimmermann, M. y V. Eguiluz (2005). "Cooperation, Social Networks and the Emergence of Leadership in a Prisoner's Dilemma with Adaptive Local Interactions", *Physical Review E*, vol. 72, No 5.
- Zipf, G. (1932). *Selected Studies of the Principle of Relative Frequency in Languages*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.